5

Primaria

# Geometría

*Edición Digital*

Perú

GENIOMATIC

# Geometría & Álgebra 5

Primaria

**Autor**
**Hernán Hernández Bautista**

Copyright©Hernán Hernández

Primera edición 2021

**Asesoría Académica**
Mg. Liz Limaylle Guzmán

**Diseño y Diagramación**
Gino Moisés Samamé Lobatón

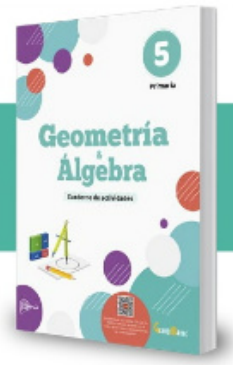
**Editado por: GENIOMATIC E.I.R.L.**
Jr. Flosferri N° 616, Urb. Inca Manco Cápac II Etapa,
San Juan de Lurigancho, Lima
Telf.: (01) 767 0437
geniomaticeirl@gmail.com
www.geniomatic.com

**Primera edición:** Enero 2021

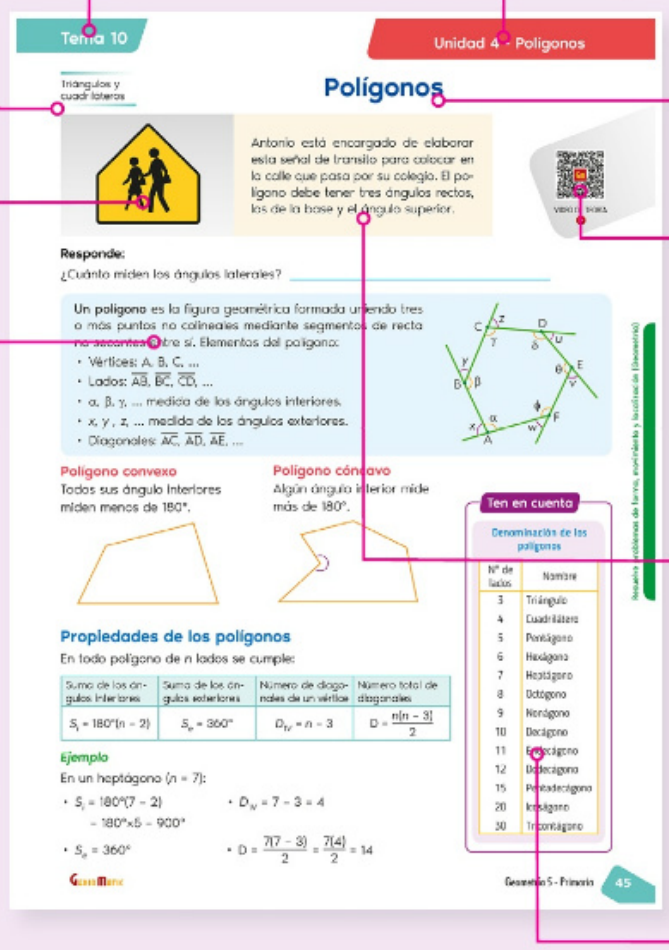
**EDICIÓN DITITAL 2021**

Obra producida por **GENIOMATIC E.I.R.L.**
Prohibida la reproducción total o parcial de este libro, por cualquier medio,
sin permiso escrito del autor.

# Cómo está organizado tu cuaderno de actividades




## CONTENIDO DE LA UNIDAD




***Número del tema***

***Número y Título de la unidad***

***Título del tema***

***Conocimientos previos***
Son los conocimientos previos que debes tener para abordar exitosamente el tema a tratar.

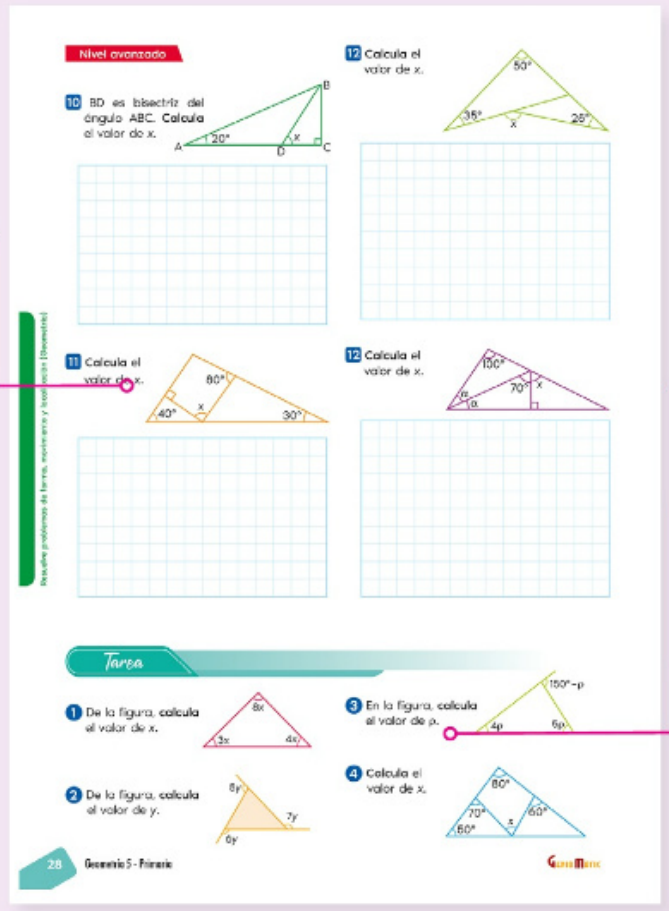
***Uso del TIC: Código QR***
Escaneando este código con tu teléfono celular podrás ver el video de la clase correspondiente al tema.

***Imagen***
Imagen que ilustra el contexto de la situación problemática inicial.

***Conflicto cognitivo***
Se formula una pregunta que explora los saberes previos y plantea un problema nuevo que deberás resolver con el desarrollo del tema.

***Formalización***
Contiene definiciones, conceptos y generalizaciones de los contenidos matemáticos.

***Información complementaria***
Lecturas, notas, observaciones, historias y recursos tecnológicos que contribuyen a reforzar y recrear el tema.

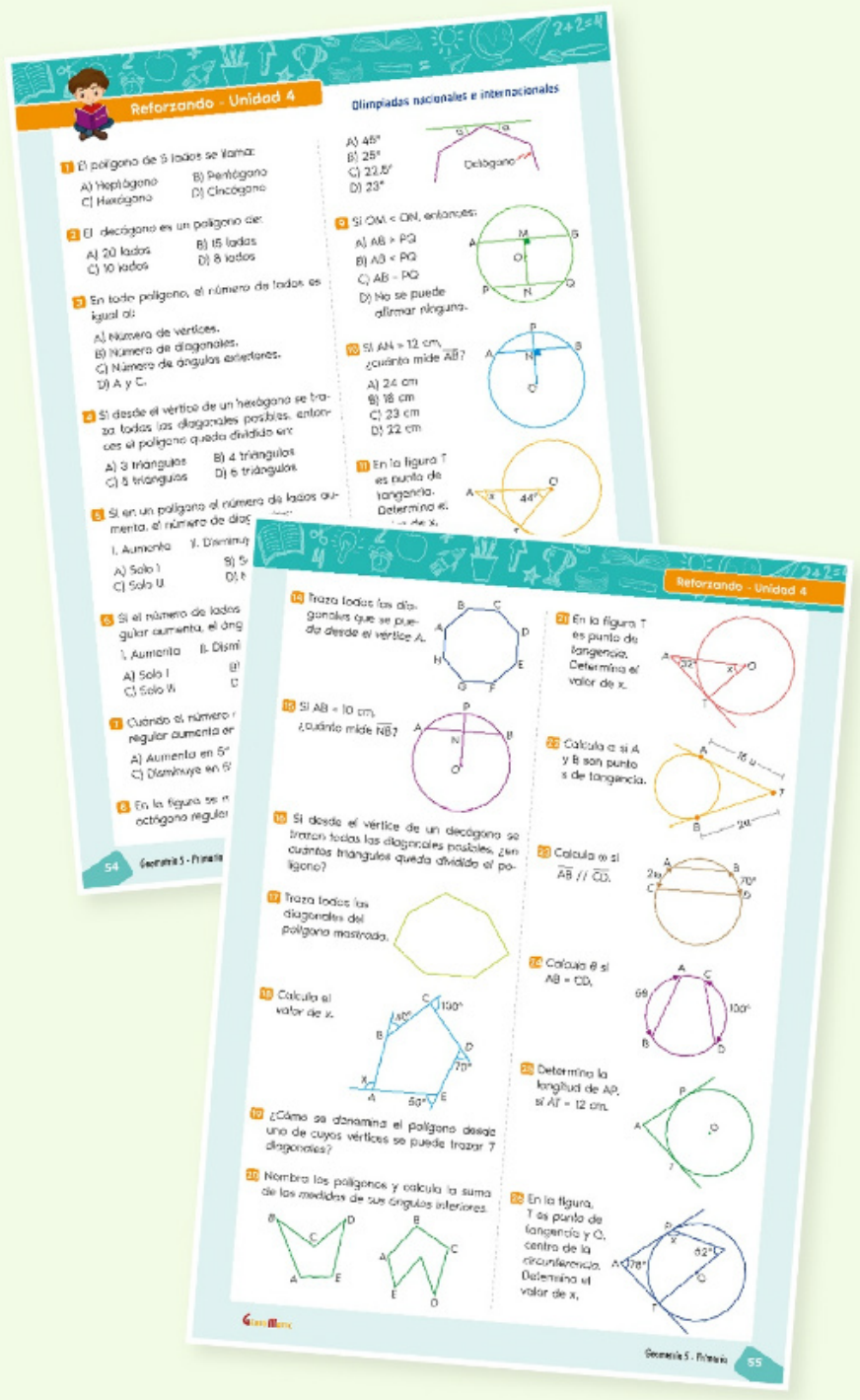



***Actividades***
Bajo el enfoque de resolución de problemas, los conceptos matemáticos adquieren significado en la medida en que nos ayudan a resolver diversos problemas del entorno real.

Se formulan un conjunto de problemas de diferentes contextos organizados según la demanda cognitiva.

***Actividades para la casa***
Problemas que debes desarrollar individualmente en casa para fortalecer y acentuar las estrategias utilizadas.

# REFORZANDO Y AUTOEVALUACIÓN

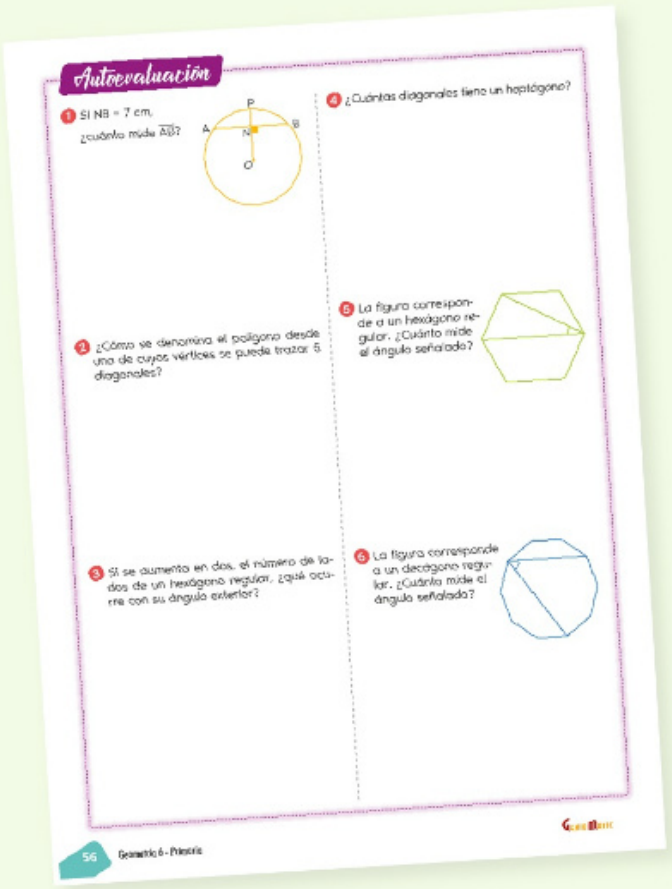



***Reforzando la unidad***

Luego de cada unidad se plantea un conjunto de problemas formulados en diversos concursos y olimpiadas nacionales e internacionales de matemáticas, que servirán para reforzar, complementar, profundizar y evaluar las capacidades desarrolladas durante el bimestre.

Son problemas variados de acuerdo a la demanda cognitiva, porque incluye diversas capacidades y competencias, así como de naturaleza intra y extra matemática.

Se ha enfatizado  en formular preguntas y problemas contextualizados a fin de que el estudiante explore los conceptos matemáticos abstractos en situaciones reales.




***Autoevaluación***

La autoevaluación es una necesidad para conocer el avance del estudiante respecto a su proceso de aprendizaje.

Contiene un conjunto de 6 a 8 preguntas que invitan al estudiante a dar una mirada introspectiva de su aprendizaje en los contenidos, las capacidades desarrolladas y en contextos intra matemáticos y extra matemáticos.

# Índice


| | UNIDAD | ENFOQUE TRANSVERSAL | CONTENIDO TEMÁTICO | |
|---|---|---|---|---|
| I Bimestre | 1 La línea | ENFOQUE DE BÚSQUEDA DE EXCELENCIA<br>Acudimos a nuestras reuniones con puntualidad. | · Elementos básicos de la Geometría<br>· Segmentos<br>· El ángulo<br>· Reforzando - Unidad 1<br>· Autoevaluación | 6<br>9<br>13<br>16<br>18 |
| | 2 Ángulos | ENFOQUE DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD<br>Tomamos decisiones con justicia y equidad. | · Ángulos complementarios y suplementarios<br>· Ángulos formados por dos rectas paralelas y una secante<br>· Triángulos: Propiedades fundamentales<br>· Reforzando - Unidad 2<br>· Autoevaluación | 19<br>22<br>25<br>29<br>31 |
| II Bimestre | 3 Triángulos | ENFOQUE AMBIENTAL<br>Reciclamos para mantener limpio nuestro medio ambiente. | · Clasificación de triángulos<br>· Cuadriláteros<br>· Clasificación de cuadriláteros<br>· Reforzando - Unidad 3<br>· Autoevaluación | 32<br>36<br>39<br>42<br>44 |
| | 4 Polígonos | ENFOQUE DE DERECHOS<br>Actuamos con autonomía respetando el derecho de los demás. | · Polígonos<br>· Polígonos regulares<br>· La circunferencia<br>· Reforzando - Unidad 4<br>· Autoevaluación | 45<br>48<br>51<br>54<br>56 |
| III Bimestre | 5 La circunferencia | ENFOQUE DE DERECHOS<br>Tenemos derecho a elegir y ser elegidos en democracia. | · Ángulos en la circunferencia<br>· Unidades de longitud<br>· Unidades de superficie<br>· Reforzando - Unidad 5<br>· Autoevaluación | 57<br>61<br>64<br>67<br>69 |
| | 6 Áreas | ENFOQUE DE ORIENTACIÓN AL BIEN COMÚN<br>Respetamos los ambientes y lugares públicos. | · Área de regiones triangulares<br>· Área de regiones cuadrangulares<br>· Área de regiones circulares<br>· Reforzando - Unidad 6<br>· Autoevaluación | 70<br>73<br>76<br>79<br>81 |
| IV Bimestre | 7 Sólidos geométricos | ENFOQUE DE BÚSQUEDA DE EXCELENCIA<br>Cumplimos oportunamente con nuestras tareas. | · Prisma recto y cubo<br>· Piramide regular<br>· Sólidos de revolución<br>· Reforzando - Unidad 7<br>· Autoevaluación | 82<br>85<br>88<br>92<br>94 |
| | 8 Transformaciones | ENFOQUE DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD<br>Respetamos las ideas de los demás. | · Figuras geométricas en el plano cartesiano<br>· Transformaciones rígidas: Traslación y reflexión<br>· Transformaciones rígidas: Ampliación y reducción<br>· Reforzando - Unidad 8<br>· Autoevaluación | 95<br>98<br>101<br>104<br>106 |

Figura geométrica

# Elementos básicos de la geometría

En su primera clase de Geometría, la profesora le ha pedido a Gerardo que ubique en el mapa del Perú su lugar de nacimiento y a Fermín, que ubique el Sistema Solar en la Vía Láctea.

VIDEO DE TEORÍA

**Responde:**

¿Cómo realizaron sus tareas Gerardo y Fermín, si el primero nació en el anexo de Maco, distrito de Tapo, provincia de Tarma, región Junín? _____

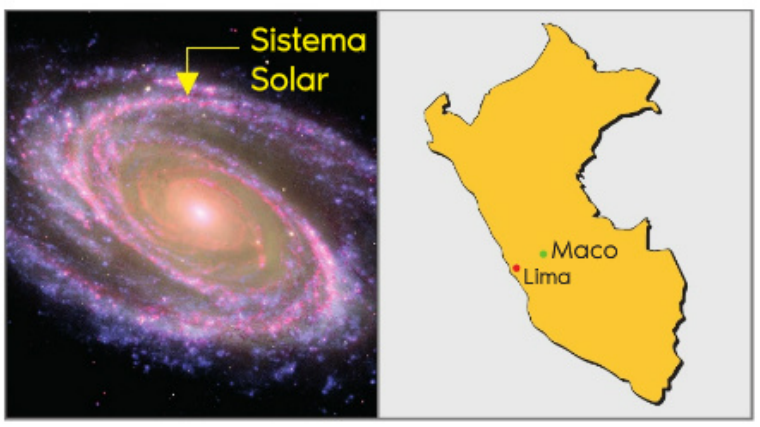
**La geometría** estudia las figuras geométricas. Con estas figuras podemos representar todo tipo de objetos, como la mesa, un edificio, una carretera, la configuración del fondo marino, etc.

Para estudiar las figuras, la Geometría construye toda su estructura a partir del concepto de punto, que es el elemento fundamental de la geometría.

## 1. Elementos básicos de la Geometría

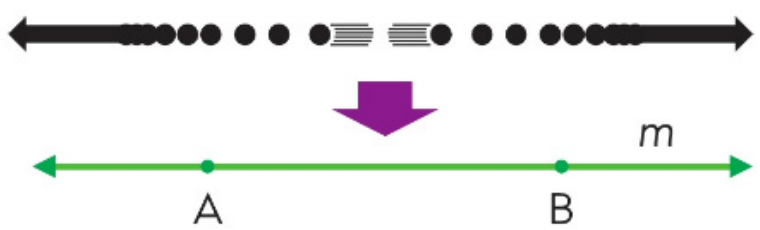
### 1.1. El punto

El punto es un elemento abstracto que sirve para representar objetos sin tener en cuenta su tamaño. Con el punto podemos representar objetos muy grandes como el Sistema Solar en la Galaxia Vía Láctea, o la ubicación de una población en el plano.




### 1.2. La recta

La recta la podemos concebir como la figura que se genera por el desplazamiento del punto en una misma dirección e ilimitadamente en ambos sentidos. Una recta queda determinada por dos puntos. La recta se nombra con una letra o nombrando dos de sus puntos y se denota así:




$\overleftrightarrow{m}$: Se lee "recta $m$"

$\overleftrightarrow{AB}$: Se lee "recta AB"

### 1.3. El plano

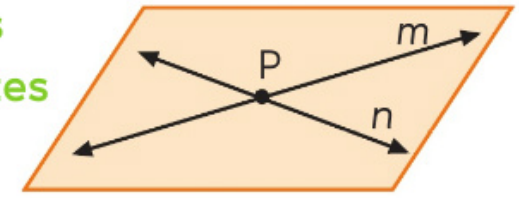
El plano la podemos considerar como la figura que se forma por el desplazamiento de la recta en una misma dirección e ilimitadamente en ambos sentidos. La recta se nombra borrar con una letra mayúscula.

□P : Se lee "Plano P"

## 2. Posiciones relativas de dos rectas en el plano

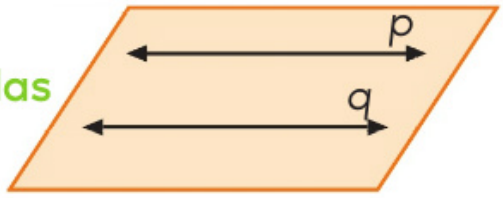
Dos rectas en el plano pueden ser **secantes**, si se intersecan en un punto, o **paralelas**, cuando no tienen puntos en común.

Rectas secantes




$\overleftrightarrow{m} \cap \overleftrightarrow{n} = P$

Rectas paralelas




$\overleftrightarrow{p} // \overleftrightarrow{q}$ : $p$ paralela a $q$

## 3. Partición de la recta

Un punto cualquiera divide a la recta en dos semirrectas.

## 4. La línea

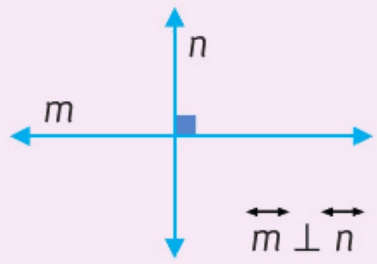
Podemos describir como la figura formada por el desplazamiento arbitrario de un punto.

Línea recta — Línea quebrada — Línea curva — Línea mixta

### Ten en cuenta

**Rectas perpendiculares**

Dos rectas son perpendiculares si se intersecan formando un ángulo recto.




**Rayo**

El rayo es una semirrecta que incluye el origen.

### Nivel básico

**1** **Dibuja** tres rectas secantes dos a dos.

**2** **Dibuja** dos rectas secantes y una tercera paralela a una de las anteriores.

**3** **Dibuja** dos rectas perpendiculares.

**4** **Menciona** dos ejemplos de objetos que puedan ser representados por un punto.

**5** **Menciona** dos ejemplos de objetos que pueden ser representados por dos rectas paralelas.

### Nivel intermedio

**6** ¿Puede haber una recta más larga que otra? **Sustenta** el porqué.

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

**7** Se puede afirmar que:

I. Una recta es más grande que una semirrecta.

II. Una semirrecta es la mitad de una recta.

III. El rayo tiene un punto más que la semirrecta.

**8** Se puede afirmar que:

I. En un plano caben infinitas rectas.

II. Por un punto solo puede pasar una recta.

III. Por dos puntos solo puede pasar una recta.

**9** De dos rectas en un plano se puede afirmar que:

I. Si son perpendiculares entonces son secantes.

II. Si una de ellas pasa por dos puntos exteriores a la otra entonces son paralelas.

III. Si ambas son perpendiculares a una tercera, entonces son paralelas.

**10** De dos rectas perpendiculares en un plano se puede afirmar que:

I. Si una tercera recta interseca a una de ellas, necesariamente interseca también a la otra.

II. Si una tercera recta interseca a la primera y no interseca a la segunda entonces es paralela a la primera.

III. Si una tercera recta no es paralela a ninguna, entonces necesariamente interseca a las dos en dos puntos distintos.

## Nivel avanzado

**11** **Determina** la veracidad (V) o la falsedad (F) de las proposiciones:

I. El punto representa objetos muy pequeños. ( )

II. Entre un rayo y una semirrecta no existe diferencia. ( )

III. Si dos rectas son paralelas, entonces son iguales. ( )

**12** **Dibuja** 5 rectas secantes y cuenta cuántos puntos de intersección se generan.

**13** **Determina** la veracidad (V) o la falsedad (F) de las proposiciones:

I. Si un plano contiene una línea quebrada, cualquier recta del plano siempre la corta en algún punto. ( )

II. Si una recta corta a una línea curva en un punto, necesariamente la corta en otro punto. ( )

III. Dos rectas paralelas siempre cortan a cualquier línea del plano en igual número de puntos. ( )

**14** **Determina** la veracidad (V) o la falsedad (F) de las proposiciones:

I. Tres rectas en un plano se cortan a lo más en 3 puntos. ( )

II. Cuatro rectas en un plano se cortan a lo más en 4 puntos. ( )

III. Cinco puntos de un plano determinan como máximo 10 rectas. ( )

## Tarea

**1** Dibuja dos rectas paralelas.

**2** Dibuja dos rectas perpendiculares.

**3** Dibuja dos rectas paralelas y una secante.

**4** Dibuja 5 rectas secantes entre sí.





GENIOMATIC

La línea recta

# Segmentos

Sergio trabaja como ayudante de albañil. En su trabajo, su jefe le pidió que parta en dos un fierro de construcción y divida cada parte en dos partes iguales, lo que cumplió.

Luego de cumplir el encargo, Sergio se preguntó por la longitud del fierro original.

VIDEO DE TEORÍA

**Responde:**

Si al juntar dos de las partes desiguales resulta 3 metros, ¿cuál era la longitud total del fierro?

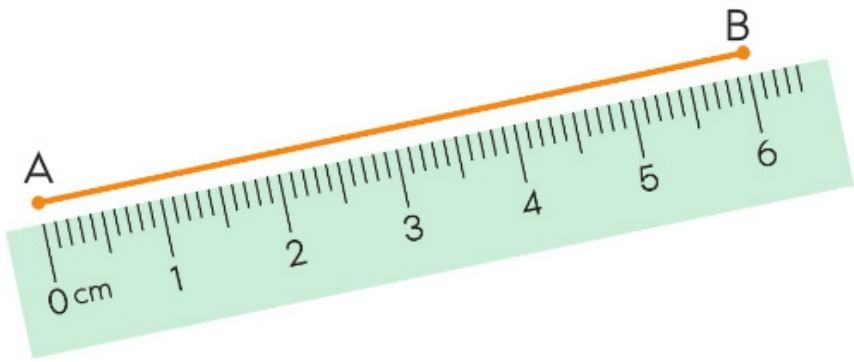
**Un segmento** de recta es el conjunto de puntos de la recta comprendidos entre dos puntos denominados extremos del segmento.

$\overline{AB}$ : Se lee "Segmento AB"

## Medición de un segmento

La extensión de un segmento se denomina longitud, la cual se mide en unidades de longitud como el milímetro, centímetro, etc.

Se observa que la longitud del segmento AB mide 6 cm, lo cual se expresa de una de las dos formas:




$m\overline{AB} = 6$ cm o AB = 6 cm

## Punto medio de un segmento

Es un punto que divide al segmento en dos segmentos de igual longitud.

Si M es punto medio ⇒ AM = MB

## Adición y sustracción de segmentos

### Adición

AB + BC = AC

### Sustracción

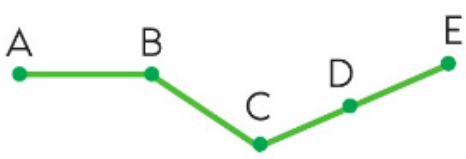
MP – MN = NP MP – NP = MN

### Puntos colineales

Puntos que están ubicadas en la misma recta.

### Puntos consecutivos

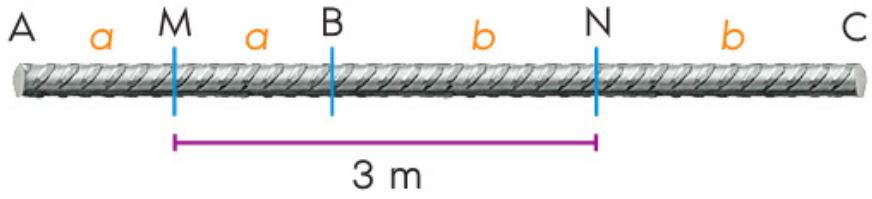
Puntos seguidos uno después de otro, en orden.




### Puntos colineales y consecutivos

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

**Resolviendo:** (Problema introductorio)



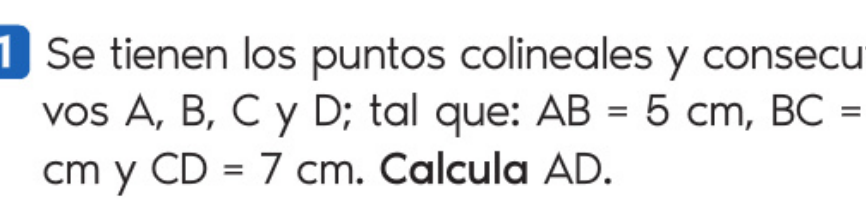

- $a + b = 3$
- $AC = a + a + b + b = \overbrace{a + b}^{3} + \overbrace{a + b}^{3}$

  $AC = 6$ m

### *Ejemplo 1*

Sobre el segmento AB se ubican los puntos P y Q, tal que AQ = 8 cm y QB = 10 cm. Si P es punto medio de AQ, **calcula** la longitud del segmento PB.

**Resolviendo:**



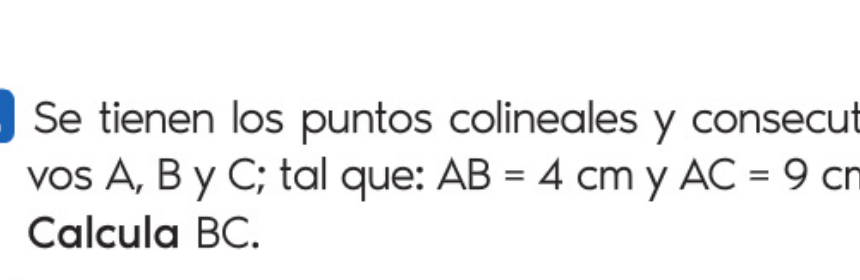

- $a = 8 \div 2 = 4$
- $PB = 10 + a$

  $PB = 10 + 4 = 14$ cm

### *Ejemplo 2*

Sobre el segmento AB se ubican los puntos R y S, tal que AS = 10 cm, RB = 12 cm y RS = 4 cm. **Calcula** la longitud del segmento AB.

**Resolviendo:**




- $a = 12 - 4 = 8$
- $AB = 10 + a$

  $AB = 10 + 8 = 18$ cm

### *Ejemplo 3*

**Mide** los segmentos e **indica** sus longitudes:



**Resolviendo:**




3 cm



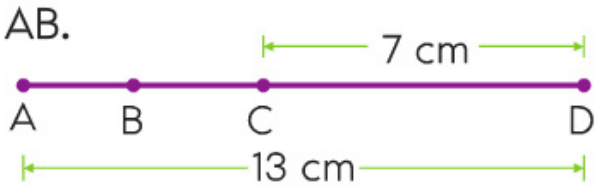

4 cm

**Nivel básico**

**1** Se tienen los puntos colineales y consecutivos A, B, C y D; tal que: AB = 5 cm, BC = 6 cm y CD = 7 cm. **Calcula** AD.

**2** Se tienen los puntos colineales y consecutivos A, B y C; tal que: AB = 4 cm y AC = 9 cm. **Calcula** BC.

**3** En la figura, B es punto medio de $\overline{AC}$. **Calcula** AB.




**4** **Representa** la gráfica de los puntos consecutivos A, E, N, P y R, en una recta.

**5** **Representa** la gráfica de los segmentos no colineales $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$, cuyas longitudes sean de 5 cm, 7 cm y 8 cm, respectivamente.

## Nivel intermedio

**6** **Representa** la gráfica de los segmentos colineales $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$, cuyas longitudes sean de 2 cm, 3 cm y 4 cm, respectivamente.

**7** **Mide** la longitud de los siguientes segmento e **indica** la longitud de cada uno.

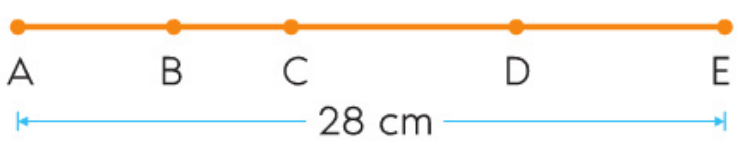
**8** En la figura podemos afirmar que:

I. AB + BC + CD = AD
II. AC = AD – AB
III. BD = AC + BD – AB

**9** Si Barranca está en el kilómetro 200 de la Panamericana Norte, Casma en el kilómetro 378, Chimbote en el kilómetro 430 y Trujillo en el kilometro 570, entonces, la distancia:

I. De Lima a Barranca es más cerca que de Chimbote a Trujillo
II. De Casma a Trujillo es más cerca que de Lima a Barranca.
III. De Casma a Trujillo es más lejos que de Chimbote a Lima.

**10** En la figura, B y D son puntos medios de AC y CE, respectivamente. **Calcula** BD.



## Nivel avanzado

**11** Se tienen los puntos colineales y consecutivos A, B, C y D, tal que C es punto medio de $\overline{BD}$, AB = 4 cm y AD = 16 cm. **Calcula** BC.

**12** En una línea recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D, tal que los puntos B y C son puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$, respectivamente. Si AD = 24 cm, **calcula** BC.

**13** En una línea recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D y E, de tal manera que B y D son puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{CE}$, respectivamente. Si BD = 13 cm, **calcula** AE.

**14** Se tienen los puntos colíneales y consecutivos A, B y C, tal que B es punto medio de $\overline{AC}$, AB = $a$ + 8 y BC = 12 − $a$. **Calcula** el valor de $a$.

## Tarea

**1** **Dibuja** un segmento EF, cuya longitud sea de 5 cm.

**2** Se tienen los puntos colineales y consecutivos A, B, C y D, tal que: AB = 3,5 cm; BC = 4 cm y CD = 5,5 cm. **Indica** la longitud del segmento AD.

**3** Se tienen los puntos colineales y consecutivos A, B, C, D y E, tal que B, C y D son puntos medios de $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ y $\overline{CE}$, respectivamente. Si AE = 36 cm, **calcula** AB.

**4** En una línea recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D, de tal manera que: AB = $a$; BC = 5, CD = 2$a$ y AD = 17. **Calcula** el valor de $a$.





GENIOMATIC

Recta, rayo

# El ángulo

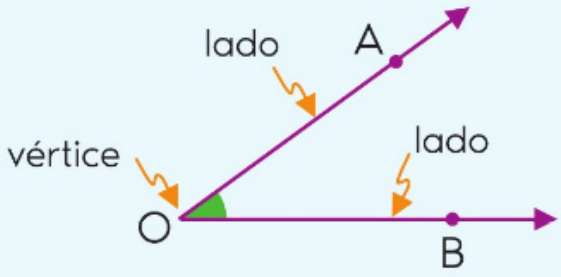
Carmen vive en Tingo María. En su clase de Geometría, la profesora le ha pedido que averigüe el ángulo que forman los ríos Huallaga y Monzón.

VIDEO DE TEORÍA

**Responde:**

¿Qué ángulo forman el encuentro de los ríos Huallaga y Monzón? _____

**El ángulo** es una figura geométrica formada por dos rayos que tienen el mismo origen, llamado vértice.



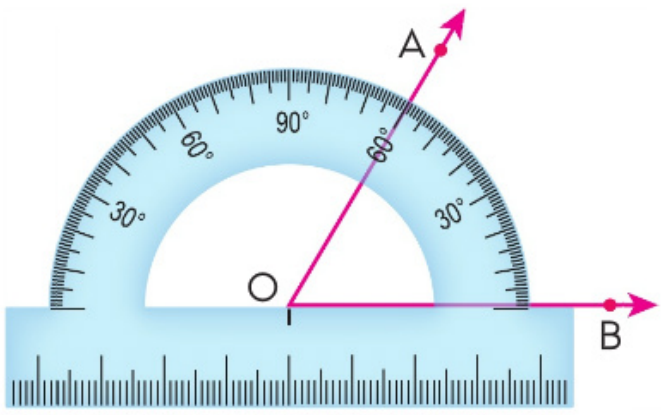

| Notación | Se lee |
|---|---|
| ∡AOB | ángulo AOB |

## Medida de un ángulo

La medida de un ángulo nos indica la abertura o amplitud angular que forman sus lados y se mide con el transportador.

En la figura, el ángulo AOB mide 60°, lo cual se expresa:

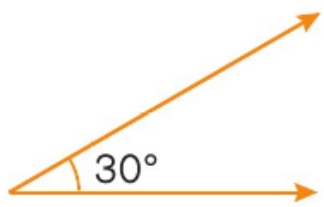
$m\measuredangle AOB = 60°$.




| Notación | Se lee |
|---|---|
| $m\measuredangle AOB$ | Medida del ángulo AOB |

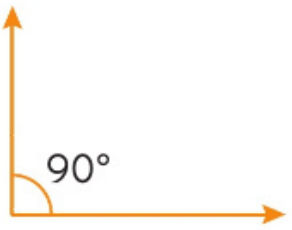
## Clasificación de los ángulos según su medida

Ángulo agudo



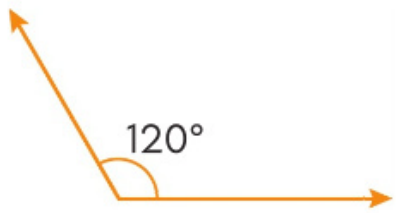

Mide menos de 90°

Ángulo recto




Mide 90°

Ángulo obtuso

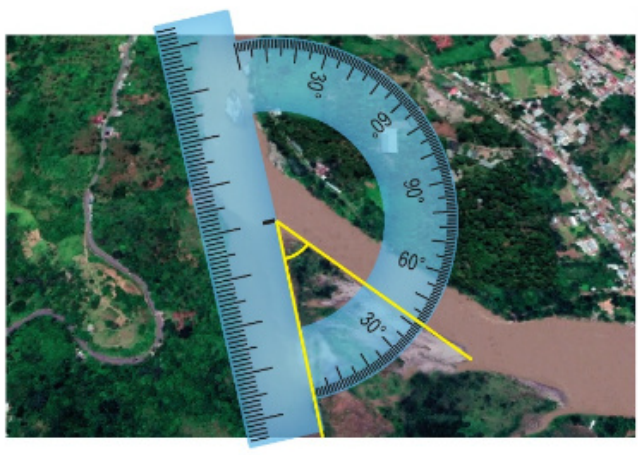



Mide más de 90°

**Resolviendo:** (Problema introductorio)

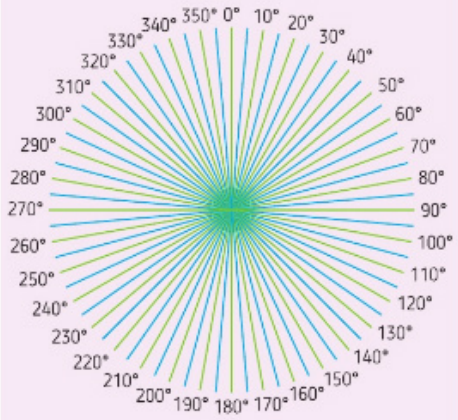
Medimos el ángulo con el transportador.

Respuesta: 42°




### Ten en cuenta

**El sistema sexagesimal**




El sistema sexagesimal de medición angular considera toda la vuelta de 360°, o sea, divide a la circunferencia en 360 partes, donde cada parte es 1 grado (1°) sexagesimal.

$m\measuredangle 1 \text{ vuelta} = 360°$

1°: Un grado tiene 60 minutos.

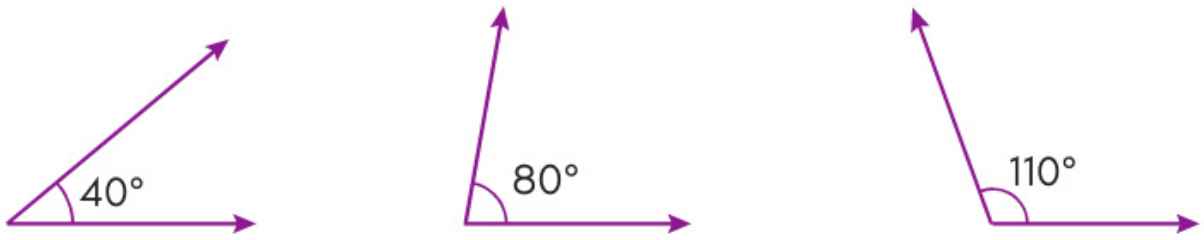
$1° = 60'$

1': Un minuto tiene 60 segundos.

$1' = 60''$

### *Ejemplo 1*

**Comprueba** con un transportador la medida de los ángulos mostrados.




### *Ejemplo 2*

En cada casillero **escribe** el signo <, > o =, según corresponda:

I. 30° ☐ 28° 120′

II. 4° ☐ 300′

III. 10′ ☐ 500″

**Resolviendo:**

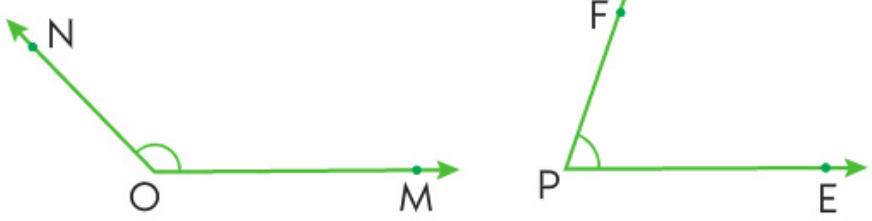
I. 30° ☐ 28° 120′ ⇒ 30° [=] 30°
(2° : 120′ = 2°)

II. 4° ☐ 300′ ⇒ 240′ [<] 300′
(4° = 4×60′)

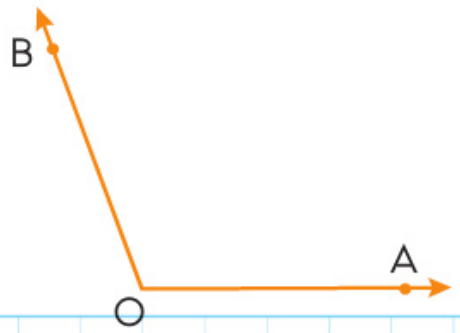
III. 10′ ☐ 500″ ⇒ 600″ [>] 500″
(10′ = 10×60′)

## Nivel básico

**1** En cada uno de los ángulos, **indica** la medida correspondiente.




**2** En la figura, **mide** el ángulo.




**3** **Dibuja** un ángulo de 50°.

**4** **Identifica** cuál de las siguientes características no corresponde a un ángulo:

A) Tiene un vértice.

B) Tiene una longitud.

C) Tiene dos lados.

**5** **Menciona** dos ejemplos reales donde se pueden observar ángulos.

## Nivel intermedio

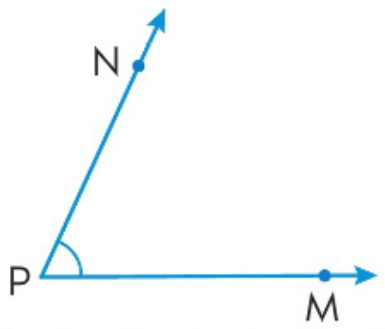
**6** **Dibuja** un ángulo cuya medida sea de 20°.





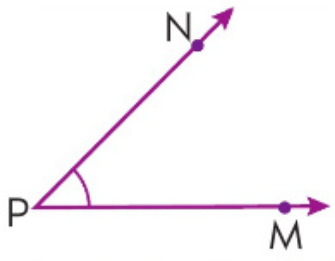
GENIO MATIC

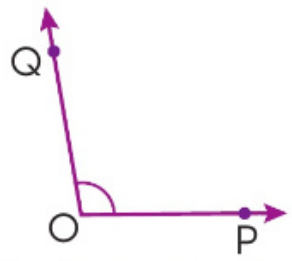
**7** **Mide** el ángulo mostrado usando el transportador.



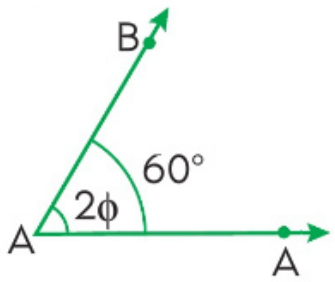

**8** **Dibuja** dos ángulos cuyas medidas sean de 30° y 40°.

**9** **Mide** cada uno de los ángulos mostrados usando el transportador.



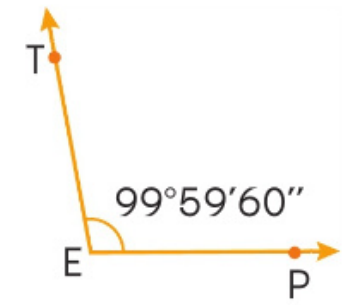




**10** En la figura, **calcula** el valor de $\phi$.

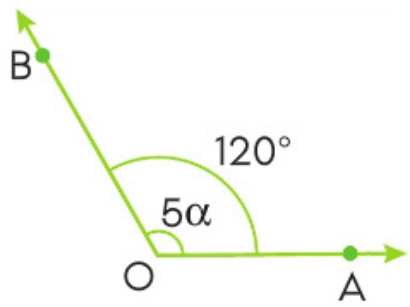



## Nivel avanzado

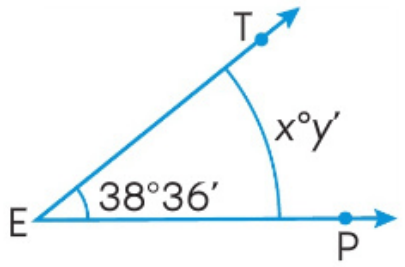
**11** En la figura, **indica** la medida del ángulo, en grados.




**12** En la figura, **calcula** el valor de $\alpha$.



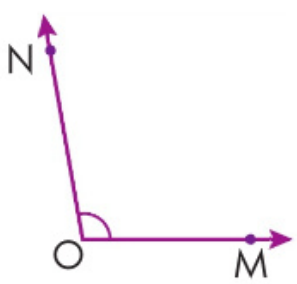

**13** En la figura, **calcula** $(x - y)$.



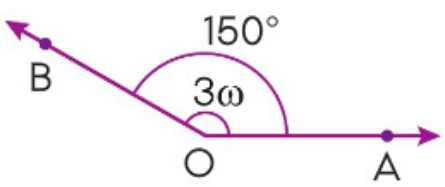

## Tarea

**1** **Dibuja** un ángulo cuya medida sea de 30°.

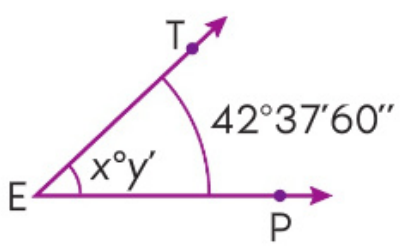
**2** **Mide** el ángulo mostrado usando el transportador.




**3** En la figura, **calcula** el valor de $\omega$.




**4** En la figura, **calcula** $(x + y)$.



# Reforzando - Unidad 1

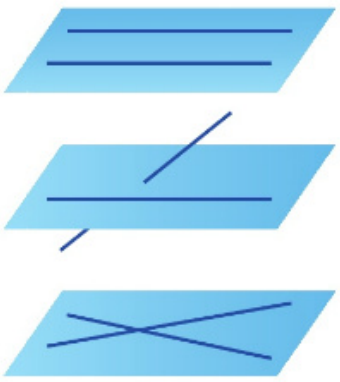
## Olimpiadas nacionales e internacionales

**1** La Geometría estudia:

I. La forma de los objetos.
II. El tamaño de los objetos.
III. Las dimensiones de las figuras.

**2** Relaciona:

a) Rectas paralelas 1.
b) Rectas secantes 2.
c) Rectas alabeadas 3.



**3** Marca lo correcto:

I. El plano tiene tres dimensiones.
II. El plano tiene una sola dimensión.
II. El plano tiene dos dimensiones.

A) I B) Solo II C) Solo III D) Ninguno

**4** Si un punto pertenece a dos rectas, entonces se puede asegurar que:

I. Las rectas son secantes.
II. Las rectas determinan un plano.
III. Las rectas son coincidentes.

A) I B) Solo II C) I y II D) I, II y III

**5** Si un punto pertenece a un plano y una recta, entonces se puede asegurar que:

I. La recta está contenida en el plano.
II. La recta y el plano son secantes.
III. La recta y el plano no son paralelos.

A) I B) Solo II C) Solo III D) I, II y III

**6** Si un punto pertenece a dos planos diferentes, se puede asegurar que:

I. Los planos tienen más de un punto en común.
II. Los planos son secantes.
III. Los planos tienen una recta en común.

A) I B) Solo II C) I y II D) I, II y III

**7** Se puede afirmar que:

A) Una recta es más larga que un rayo.
B) Un rayo es más largo que un segmento.
C) Hay segmentos de diferente longitud.

**8** Los segmentos consecutivos AB y BC miden 10 cm y 4 cm, respectivamente. ¿Cuánto mide el segmento que une sus puntos medios?

A) 6 cm B) 7 cm C) 8 cm D) 5 cm

**9** Sobre una recta, se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D, de modo que BD = 10 cm y CD = 7 cm. Si B es punto medio del segmento AC, ¿cuánto mide el segmento AC?

A) 9 cm B) 12 cm C) 13 cm D) 10 cm

**10** Sobre una recta, se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D, de modo que CD = 3(BC). Halla la longitud del segmento AC, si AD + 3(AB) = 20

A) 5 cm B) 6 cm C) 4 cm D) 7 cm

**11** Sobre una recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C, y D, de modo que: AC = 24m y BD = 30 m. Hallar la longitud del segmento que une los puntos medios de los segmentos AB y CD.

A) 25 cm B) 262 cm
C) 27 cm D) 28 cm

**12** La bisectriz trazada a un ángulo recto lo divide en:

A) 2 ángulos agudos.
B) 2 ángulos obtusos.
C) 2 ángulos llanos.
D) 2 ángulos de 60° cada uno.

**13** Un ángulo obtuso puede medir como máximo:

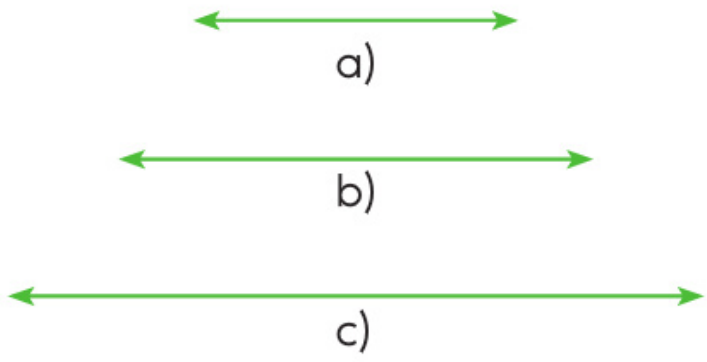
A) 90° B) 180° C) 179° D) 89°

**14** Dibuja una recta secante a un plano.

**15** Dibuja dos rectas alabeadas.

**16** ¿Cuántos puntos determinan 6 rectas? Dibuja y cuenta.

**17** Señala la recta más larga:




**18** ¿Cuántos planos se pueden identificar en la figura?

**19** Si en el plano dibujamos tres líneas: una recta, una curva y una quebrada, entonces:

I. Dos de las líneas tienen al menos un punto en común.

II. Las tres líneas tienen al menos un punto en común.

III. Al menos hay un punto común a las tres.

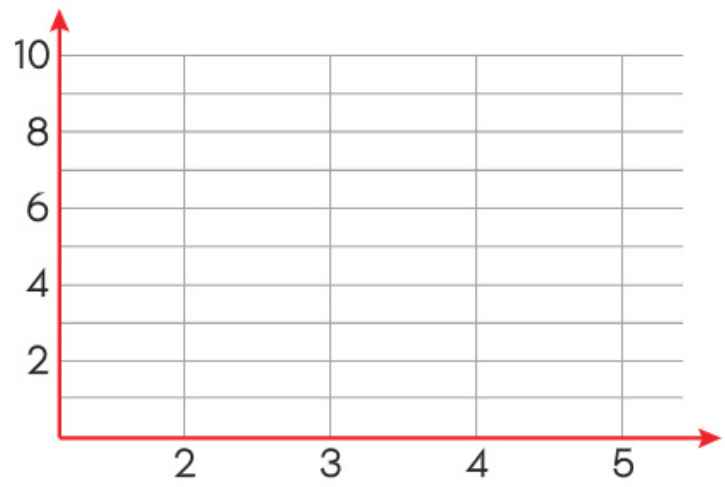
**20** En un plano se dibuja una figura bidimensional y una recta. Demuestra gráficamente que las dos figuras no necesariamente tienen un punto en común.

**21** Completa:

a) Un ángulo es la reunión de dos _____ con un origen común llamado _____

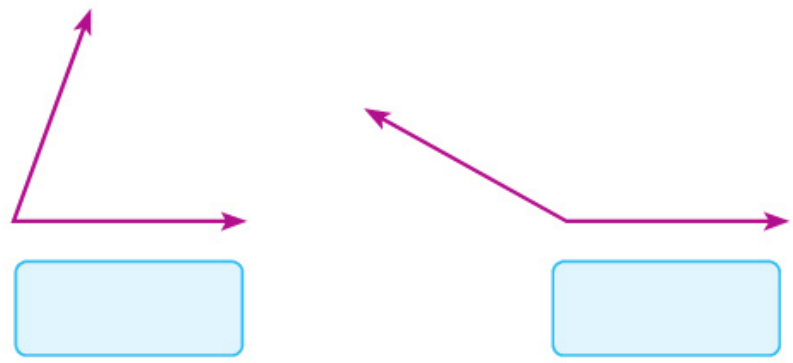
b) Para realizar la medición de los ángulos se utiliza el _____

**22** Grafica el número de puntos en el plano y el número de segmentos que determinan.




**23** Mide la longitud de los segmentos y escribe el resultado en el recuadro.

**24** Mide los ángulos y escribe el resultado en el recuadro correspondiente.



**25** Sobre una línea recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D, de manera que $2(AB) = CD$ y $AM = 14$ cm. Halla BD si M es punto medio de $\overline{BC}$.

**26** Sobre una línea recta se consideran los puntos consecutivos M, N, P y Q, de modo que $PQ = 3(NP)$ y $3(MN) + MQ = 4$ m. Halla MP .

**27** Sobre una línea recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C, D y E. Calcula la longitud del segmento que une los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{DE}$, si $CE = 8$ m, $BD = 23$ m y $AC = 10$ m.

# Autoevaluación

1. Dibuja dos planos secantes.

2. Dibuja en el plano 5 puntos. Une los puntos de dos en dos y cuenta el número de segmentos generados.

3. Dibuja dos ángulos, uno de 40° y otro de 130°.

4. Dibuja dos planos paralelos y un plano secante.

5. Sobre una línea recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D, donde M es el punto medio de BC . Halla AD, si AC = 12 cm, BD = 10 cm y BC = 4 cm.

6. Sobre una línea recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D, tal que AD = 15 cm y AC = 11 cm . Halla AC, si C es punto medio del segmento BD.

Medición de ángulos

# Ángulos complementarios y suplementarios

Un grupo de trabajadores de una Empresa Eléctrica está colocando un poste de luz. Los trabajadores se detienen cuando ya habían inclinado el poste en 35° desde su posición horizontal.

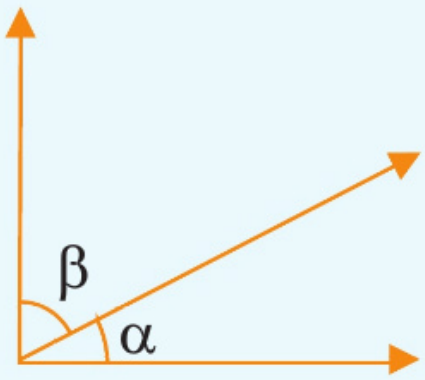
VIDEO DE TEORÍA

**Responde:**

¿Qué ángulo falta elevar para ponerlo en posición vertical? _____

## Ángulos complementarios

Dos ángulos son complementarios si la suma de sus medidas es 90°.

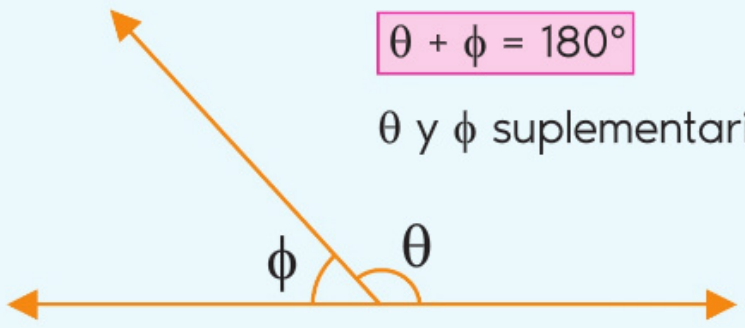



$\alpha + \beta = 90°$

$\alpha$ y $\beta$ complementarios

## Ángulos suplementarios

Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es 180°.




$\theta + \phi = 180°$

$\theta$ y $\phi$ suplementarios

**Resolviendo:** (Problema introductorio)

Para que el poste se ponga vertical, tiene que formar un ángulo de 90° con la horizontal. Por consiguiente, falta inclinar: $x = 90° - 35° = 55°$.

### *Ejemplo 1*

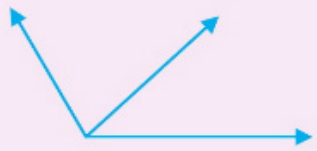
**Llena** las tablas:

| Ángulo | 25° | 35° | 45° | 60° | 75° | 80° |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Complemento | | | | | | |

| Ángulo | 10° | 160° | 140° | 100° | 150° |
|---|---|---|---|---|---|
| Suplemento | | | | | |

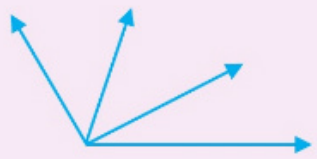
## Ten en cuenta

**Ángulos adyacentes**



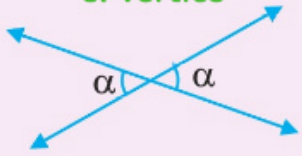
Tienen un lado en común.

**Ángulos consecutivos**



Tienen un vértice común.

**Ángulos opuestos por el vértice**




Tienen un vértice común, los lados de uno son los lados opuestos del otro y ambos ángulos tienen igual medida.

### *Ejemplo 2*

¿Cuál es el complemento del complemento de 50°?

**Resolviendo:**

• Complemento de 50°:

$$C(50°) = 90° - 50° = 40°$$

• Complemento del complemento de 50°: (40°)

$$CC(50°) = C(40°) = 90° - 40° = 50°$$

En general: $CC(\alpha) = \alpha$

### *Ejemplo 3*

¿Cuál es el suplemento del suplemento de 120°?

**Resolviendo:**

• Suplemento de 120°:

$$S(120°) = 180° - 120° = 60°$$

• Suplemento del suplemento de 120 (60°)

$$SS(120°) = S(60°) = 180° - 60° = 120°$$

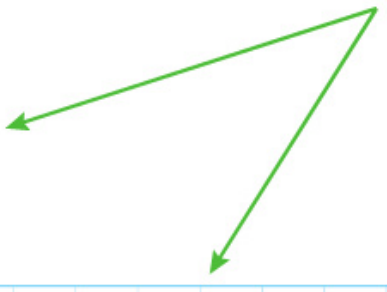
En general: $SS(\alpha) = \alpha$

**Nivel básico**

**1** **Dibuja** dos ángulos complementarios.

**2** **Dibuja** un ángulo de 70° y su suplemento.

**3** **Dibuja** el ángulo suplementario al ángulo mostrado.



**4** **Dibuja** el ángulo suplementario al ángulo mostrado.

**5** Respecto a dos ángulos complementarios podemos afirmar que:

I. Sus medidas suman 90°.
II. Siempre son diferentes entre sí.
III. Si la medida de uno aumenta en 10°, su complemento disminuye en 10°.

**Nivel intermedio**

**6** Respecto a dos ángulos suplementarios podemos afirmar que:

I. Sus medidas suman 180°.
II. Si son diferentes, al menos uno de ellos es obtuso.
III. Necesariamente los dos son agudos.

**7** En cada recuadro **escribe** <, > o =, según corresponda: (C = complemento y S = suplemento)

a) C(60°) ☐ C(30°)

b) S(100°) ☐ S(80°)

c) S(150°) ☐ C(60°)

**8** Respecto a las medidas de dos ángulos complementarios podemos afirmar que:

I. Ambos son agudos.
II. Si son enteros, ambos son pares o impares.
III. Si uno es par, el otro es impar.





GENIOMATIC

**9** ¿Cuál de los siguientes ángulos es mayor que 60°?

I. El suplemento del complemento de 40°.
II. El complemento del suplemento de 100°.
III. El complemento de 80° más el suplemento de 150°.

**10** Es un ángulo agudo:

I. El complemento del suplemento de 120°.
II. El suplemento del complemento de 80°.
III. El suplemento del complemento de 20°.

## Nivel avanzado

**11** **Encuentra** un ángulo que sea 20° mayor que su complemento.

**12** **Completa:**

a) Si el complemento de un ángulo es 10°, su suplemento es _____

b) Si el suplemento de un ángulo es 140°, entonces su complemento es _____

c) _____ es el complemento del suplemento de 160°.

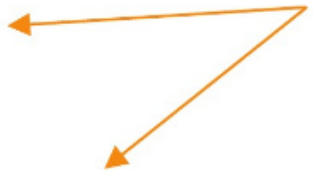
**13** ¿Cuál es el ángulo cuyo complemento y cuyo suplemento suman 170°?

**14** ¿Cuál es el ángulo igual al doble de su complemento?

## Tarea

**1** **Dibuja** dos ángulos suplementarios.

**2** **Dibuja** el ángulo suplementario al ángulo mostrado.

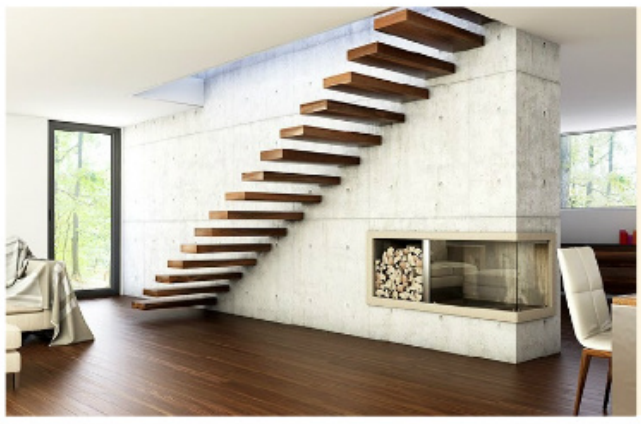


**3** **Dibuja** el complemento del suplemento del ángulo mostrado.

**4** Ernesto calcula el complemento de dos ángulos y suma los resultados. Si obtuvo 100°, ¿cuánto suman los ángulos?

Ángulos

# Ángulos formados por dos rectas paralelas y una secante



Pedro observa en su casa que la escalera que sube al segundo piso forma, con el piso del primero, un ángulo de 65°.

VIDEO DE TEORÍA

**Responde:**

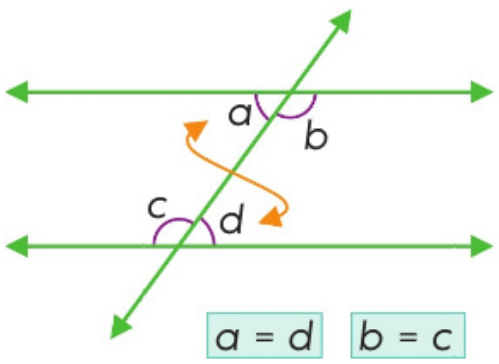
¿Qué ángulo forma la escalera con el piso del segundo piso?

_____

Dos rectas paralelas y una secante determinan varios ángulos relacionados entre sí de manera peculiar, razón por la cual reciben denominaciones especiales, que veremos a continuación.

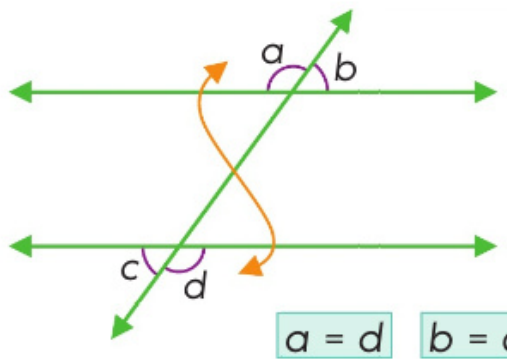
## 1. Ángulos alternos

### Alternos internos




$a = d$ $b = c$

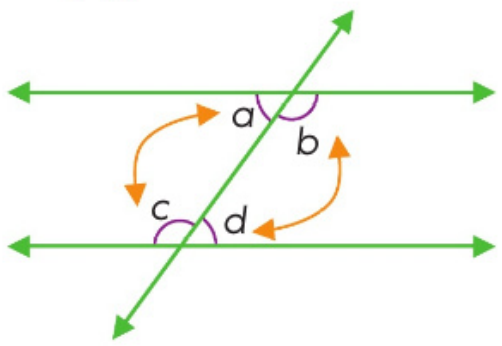
### Alternos externos




$a = d$ $b = c$

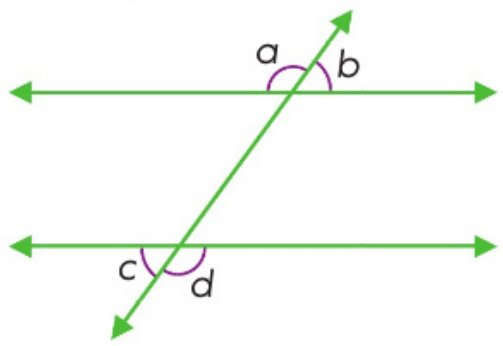
## 2. Ángulos conjugados

### Conjugados internos




$a + c = 180°$ $b + d = 180°$

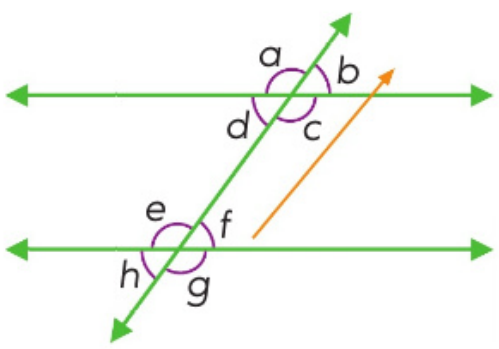
### Conjugados externos




$a + c = 180°$ $b + d = 180°$

## 3. Ángulos correspondientes

### Conjugados internos y externos



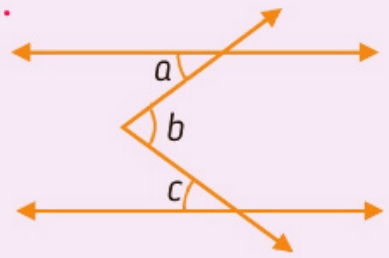

Son correspondientes:

- $e$ con $a$ $\Rightarrow$ $e = a$
- $h$ con $d$ $\Rightarrow$ $h = d$
- $f$ con $b$ $\Rightarrow$ $f = b$
- $g$ con $c$ $\Rightarrow$ $g = c$

**Ten en cuenta**

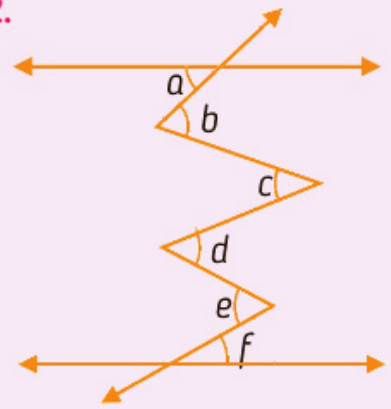
**Propiedades**

1.




$b = a + c$

2.




$a + c + e = b + d + f$

**Resolviendo:** (Problema introductorio)

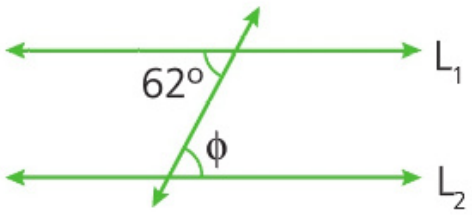
• $a$ con 60° son conjugados internos: $a + 60° = 180°$

$a = 120°$

∴ Con el segundo piso forma 120°.

***Ejemplo 1***

En la figura, **calcula** el valor de $\phi$. ($\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$).

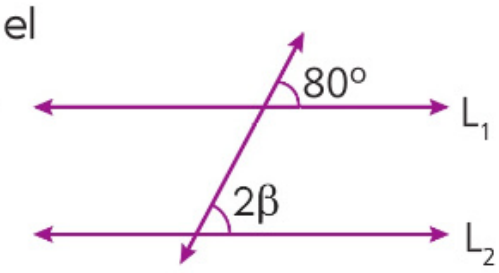



**Resolviendo:**

Ángulos alternos internos: $\phi = 62°$

***Ejemplo 2***

En la figura, **calcula** el valor de $\beta$. ($\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$).




**Resolviendo:**

Ángulos correspondientes: $2\beta = 80°$

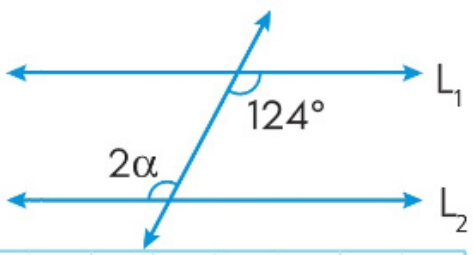
$\beta = 40°$

## Nivel básico

**1** **Representa** gráficamente dos ángulos correspondientes determinados por dos rectas paralelas y una secante.

**2** En la figura, **calcula** el valor de $\alpha$.

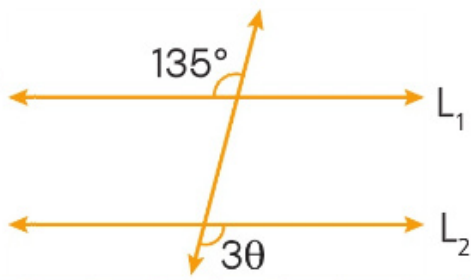
($\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$).




**3** **Representa** gráficamente dos ángulos alternos externos determinados por dos rectas paralelas y una secante.

**4** En la figura, **calcula** el valor de $\theta$.

($\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$).

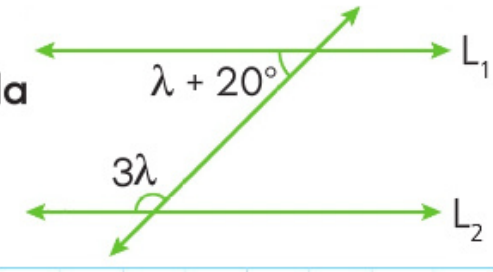



**5** **Representa** gráficamente dos ángulos conjugados internos determinados por dos rectas paralelas y una secante.

## Nivel intermedio

**6** En la figura, **calcula** el valor de $\lambda$.

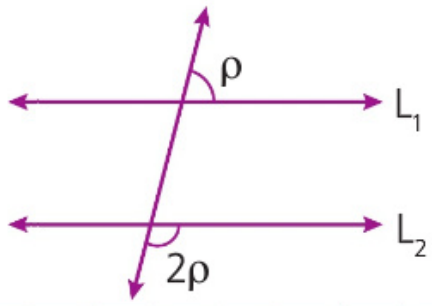
($\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$).




Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

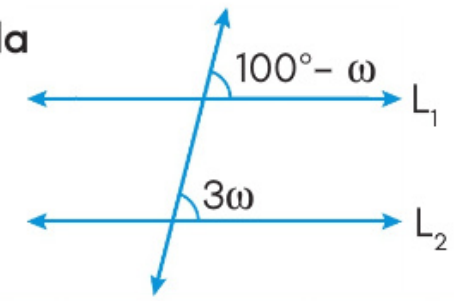
**7** En la figura, **calcula** el valor de ρ.

$(\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2})$.

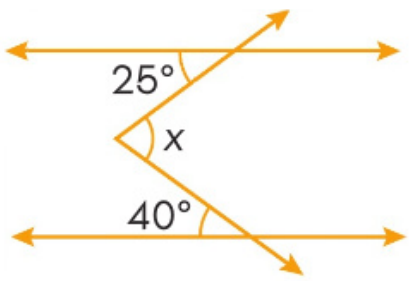



**8** En la figura, **calcula** el valor de ω.

$(\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2})$.

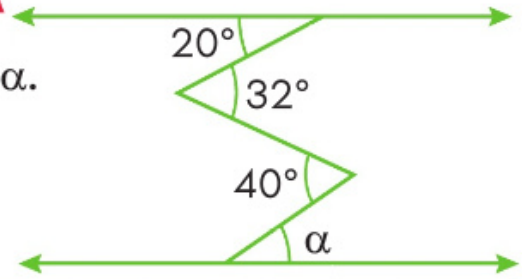



**9** **Halla** el valor de *x*.

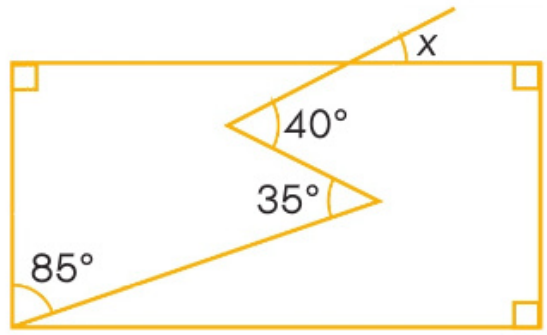



## Nivel avanzado

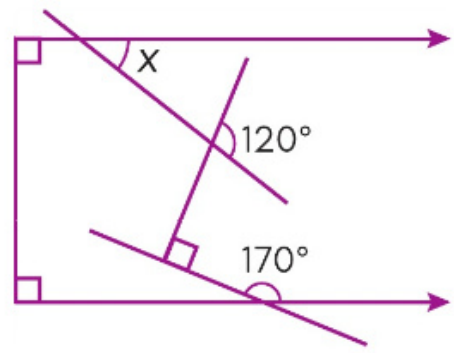
**10** **Halla** el valor de α.




**11** **Halla** el valor de *x*.




**12** **Halla** el valor de *x*.

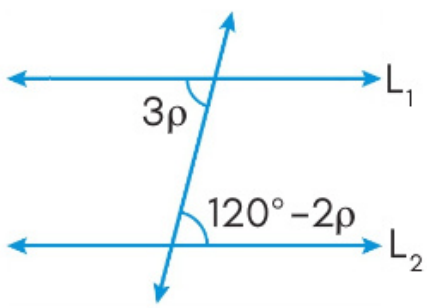



## Tarea

**1** **Representa** gráficamente dos ángulos conjugados externos determinados por dos rectas paralelas y una secante.

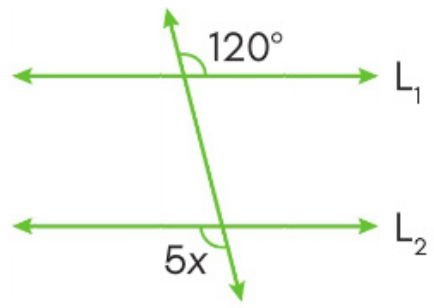
**2** En la figura, **calcula** el valor de ρ.

$(\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2})$.



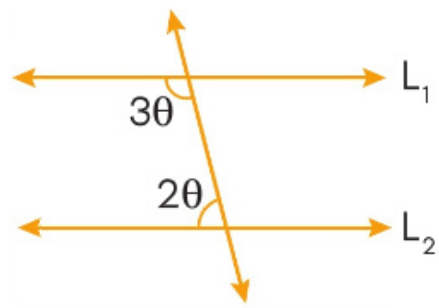

**3** En la figura, **calcula** el valor de *x*.

$(\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2})$.




**4** En la figura, **calcula** el valor de θ.

$(\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2})$.








GENIOMATIC

Segmentos y ángulos

# Triángulos:
## Propiedades fundamentales

Marcos tiene una carpintería donde fabrica todo tipo de objetos de madera. Una mañana, un pequeño de 10 años le llevó la fotografía de la izquierda, diciendo que no había podido hacerlo con sus piezas de lego, y le pidió se lo haga de madera.

VIDEO DE TEORÍA

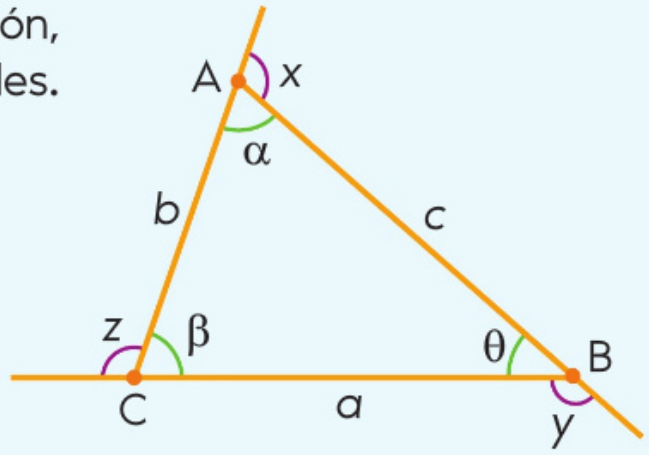
**Responde:**

¿Aceptará Marcos el trabajo? _____

Un **triángulo** es una figura geométrica formada por la unión, mediante segmentos de recta de tres puntos no colineales.

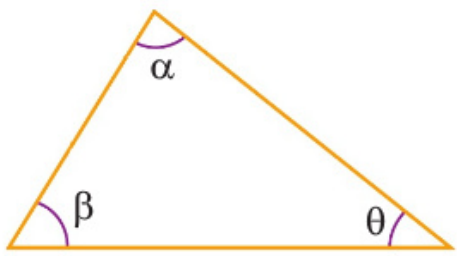
Elementos del triángulo:

- Vértices: A, B y C.
- Longitud de los lados: *a*, *b* y *c*.
- $\alpha$, $\beta$ y $\theta$: medidas de los ángulos interiores.
- *x*, *y* y *z*: medidas de los ángulos exteriores.

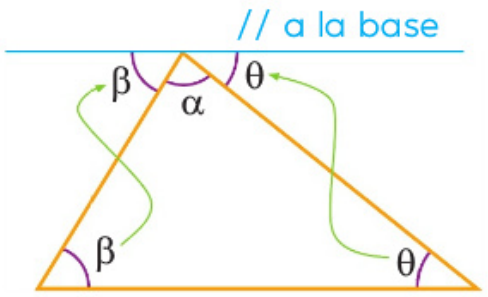



## Propiedades fundamentales del triángulo

### 1. Suma de los ángulos interiores

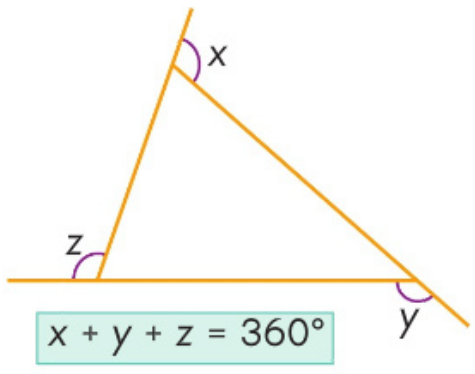



$\alpha + \beta + \theta = 180°$

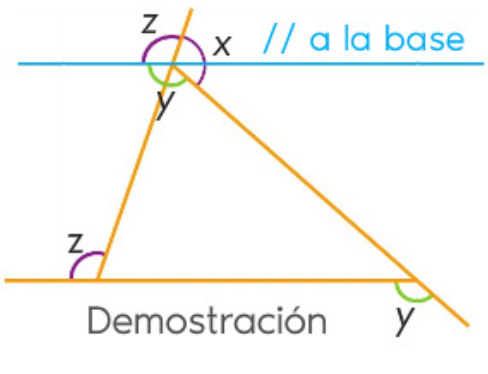



Demostración

### 2. Suma de los ángulos interiores

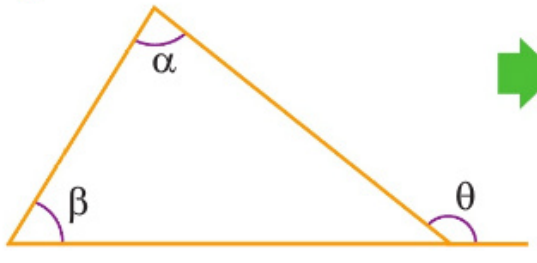



$x + y + z = 360°$

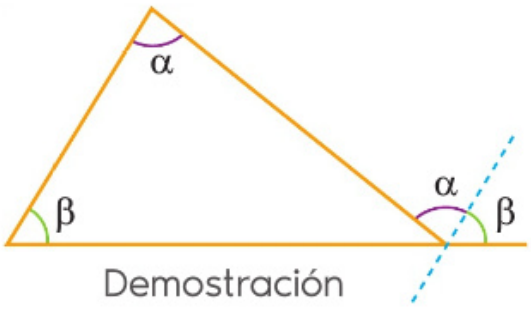



Demostración

### 3. Ángulo exterior




$\theta = \alpha + \beta$



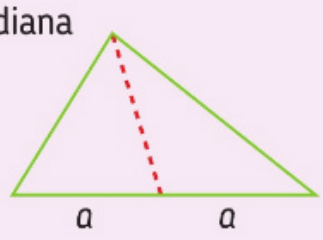

Demostración

**Ten en cuenta**

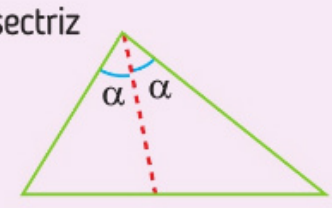
**Líneas notables del triángulo**

Altura

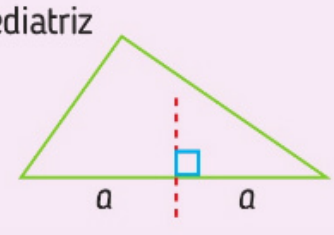
Mediana




Bisectriz




Mediatriz



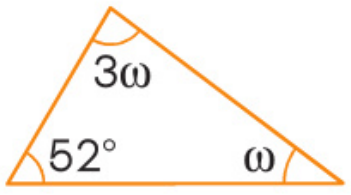

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

**Resolviendo:** (Problema introductorio)

La figura se llama triángulo de Penrose o triángulo imposible, precisamente porque no es real, es una ilusión óptica.

### *Ejemplo 1*

En la figura, **calcula** el valor de $\omega$.



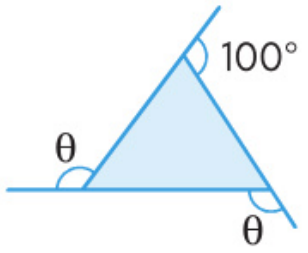

**Resolviendo:**

$52° + 3\omega + \omega = 180°$

$$4\omega = 128° \Rightarrow \omega = 32°$$

### *Ejemplo 2*

En la figura, **calcula** el valor de $\theta$.



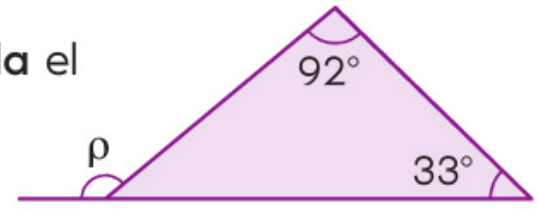

**Resolviendo:**

$\theta + 100° + \theta = 360°$

$$2\theta = 260° \Rightarrow \theta = 130°$$

### *Ejemplo 3*

En la figura, **calcula** el valor de $\rho$.




**Resolviendo:**

$\rho = 92° + 33° \Rightarrow \rho = 125°$

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

## Nivel básico

**1** **Dibuja** un triángulo, dos de cuyos ángulos midan 40° y 70°.

**2** **Dibuja** un triángulo de lados 4 cm, 5 cm y 6 cm.

**3** Si dos de los ángulos interiores de un triángulo miden 80° y 70°, ¿cuánto mide el tercer ángulo?

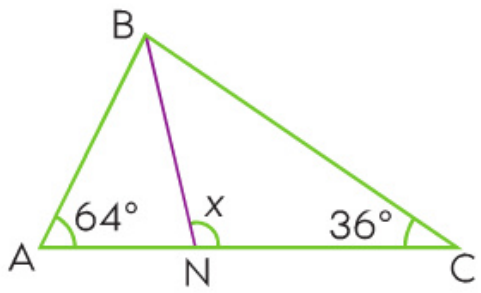
**4** ¿Existe un triángulo de lados 3 cm, 4 cm y 7 cm? **Justifica** tu respuesta.



GENIOMATIC

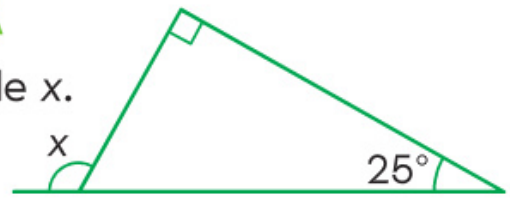
**5** Si dos ángulos exteriores de un triángulo miden 140° y 130°, ¿cuánto mide el tercer ángulo exterior?

**8** Si BN es bisectriz interior, **calcula** el valor de *x*.

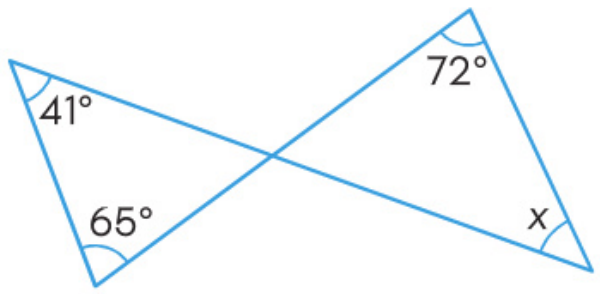



## Nivel intermedio

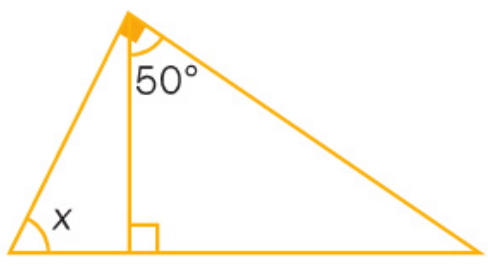
**6** **Calcula** el valor de *x*.



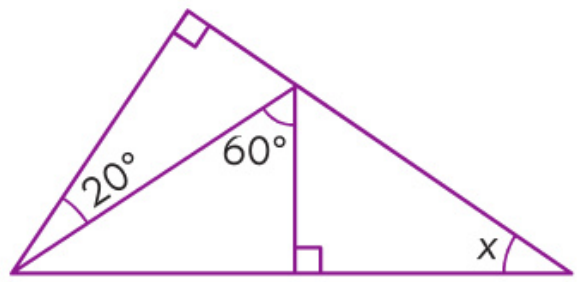

**9** **Calcula** el valor de *x*.




**7** **Calcula** el valor de *x*.



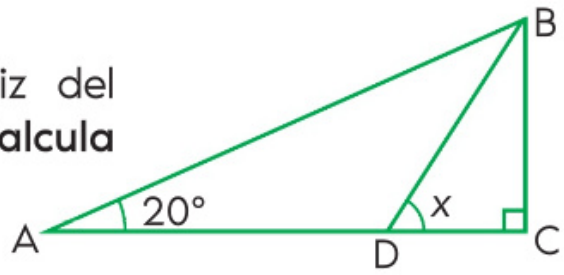

**10** **Calcula** el valor de *x*.



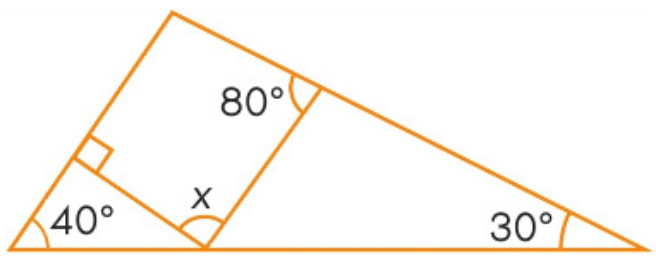

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

## Nivel avanzado

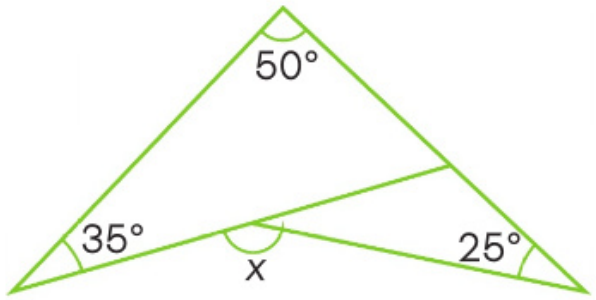
**11** BD es bisectriz del ángulo ABC. **Calcula** el valor de *x*.



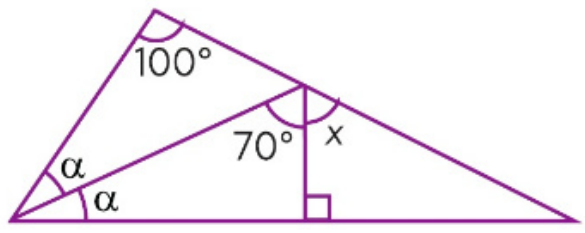

**12** **Calcula** el valor de *x*.




**13** **Calcula** el valor de *x*.



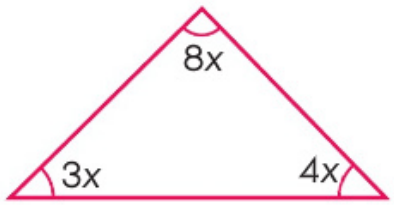

**14** **Calcula** el valor de *x*.



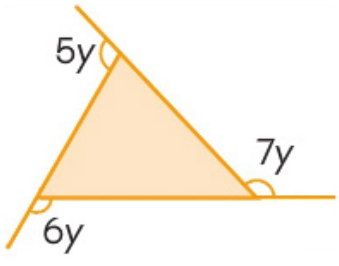

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

## Tarea

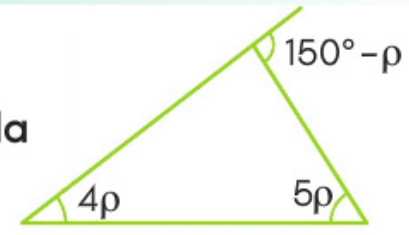
**1** En la figura, **calcula** el valor de *x*.



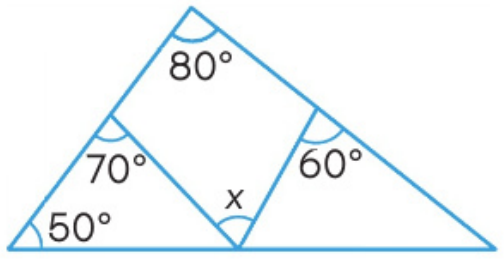

**2** En la figura, **calcula** el valor de *y*.




**3** En la figura, **calcula** el valor de ρ.




**4** **Calcula** el valor de *x*.






GENIO MATIC

# Reforzando - Unidad 2

## Olimpiadas nacionales e internacionales

**1** Determina la veracidad (V) o la falsedad (F) de las proposiciones:

a) El suplemento de un ángulo es siempre mayor que su complemento. ( )

b) Dos ángulos complementarios siempre son diferentes. ( )

c) El complemento y el suplemento de un ángulo suman 180°. ( )

A) VVV B) VVF C) VFF D) VFV

**2** Completa la tabla:

| Ángulo | Complemento | Suplemento |
|---|---|---|
| 30° | | |
| 70° | | |
| 85 | | |

**3** ¿Cuál es ángulo cuyo complemento es 65°?

A) 45° B) 35° C) 25° D) 55°

**4** Calcula el suplemento de un ángulo cuyo complemento es 48°.

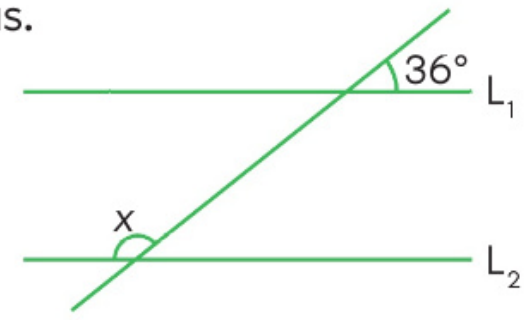
A) 142° B) 135° C) 128° D) 138°

**5** ¿Cuál es el ángulo cuyo complemento y cuyo suplemento suman 126°

A) 72° B) 82° C) 78° D) 88°

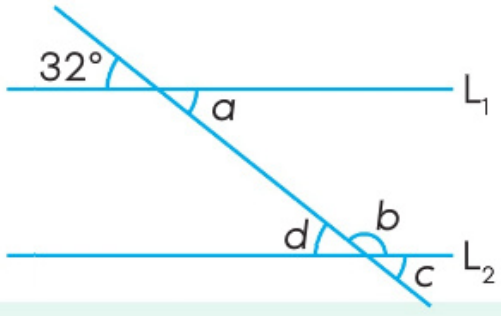
**6** Calcula el valor de x, si las rectas $L_1$ y $L_2$ son paralelas.

A) 150°
B) 144°
C) 140°
D) 142°




**7** ¿Cuál de los siguientes ángulos no es igual a 32°?

A) a
B) b
C) c
D) d




**8** Califica como verdadera (V) o como falsa (F) las siguientes afirmaciones:

a) El triángulo es un polígono. ( )

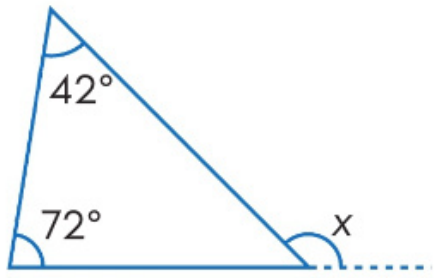
b) Los ángulos interiores de un triángulo suman 180°. ( )

c) Los ángulos exteriores de un triángulo suman 180°. ( )

A) VVV B) VVF C) VFF D) VFV

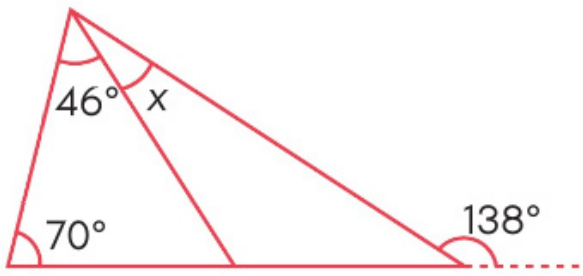
**9** Calcula el valor de x.

A) 112°
B) 114°
C) 115°
D) 116°



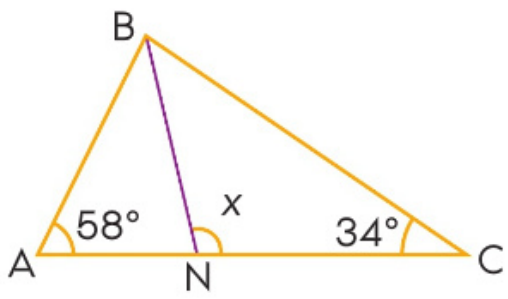

**10** Calcula el valor de x.

A) 22°
B) 24°
C) 25°
D) 26°



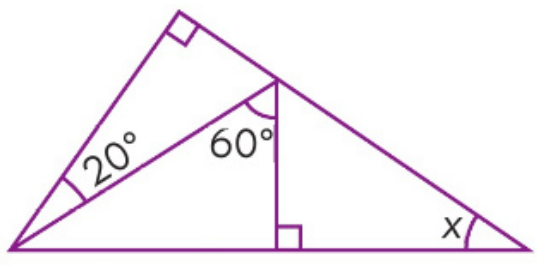

**11** Si BN es bisectriz interior, calcula el valor de x.

A) 104°
B) 100°
C) 106°
D) 112°



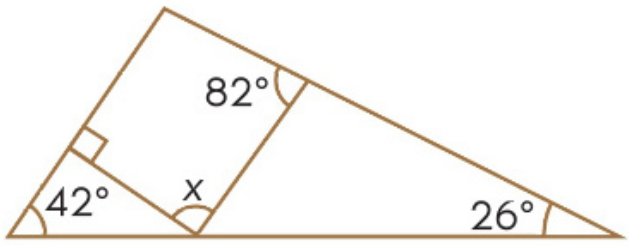

**12** Calcula el valor de x.

A) 50°
B) 40°
C) 45°
D) 62°




**13** Calcula el valor de x.

A) 68°
B) 74°
C) 76°
D) 66°



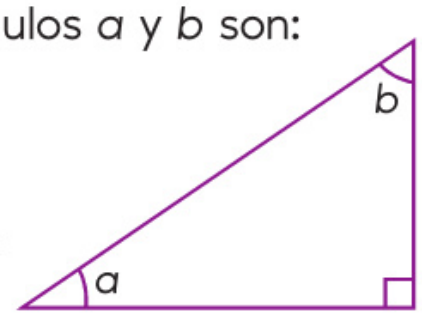
**14** ¿Cuál es ángulo cuyo suplemento es igual a 150°?

**15** La suma de un ángulo y su complemento es igual a 125°. ¿Cuánto mide el ángulo?

**16** Halla el complemento de un ángulo cuyo suplemento es 145°

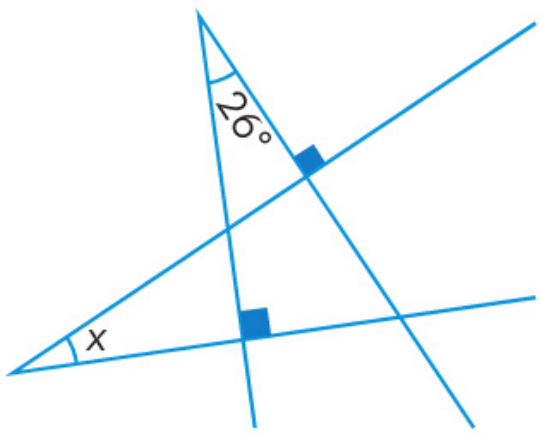
**17** En la figura, los ángulos *a* y *b* son:

I. Adyacentes
II. Agudos
III. Complementarios

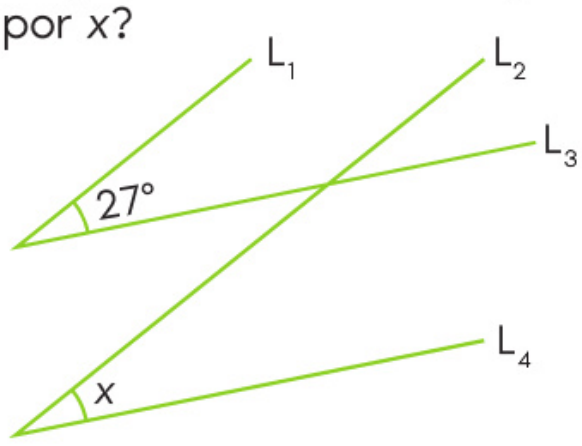



**18** La suma de un ángulo y su complemento es igual a 125°. ¿Cuánto mide el ángulo?

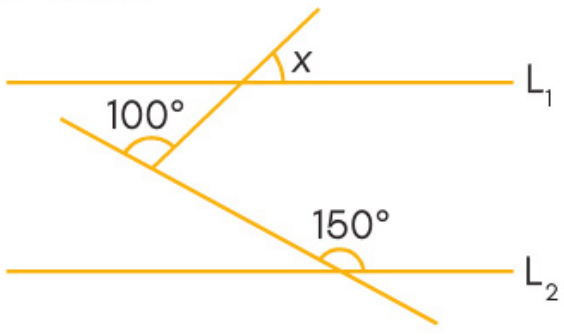
**19** En la figura, determina el valor de *x*.



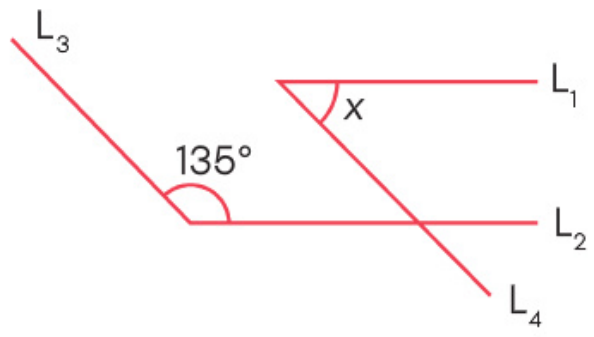

**20** En la figura, $L_1$ es paralela a $L_2$ y $L_3$ es paralela a $L_4$. ¿Cuánto mide el ángulo designado por *x*?



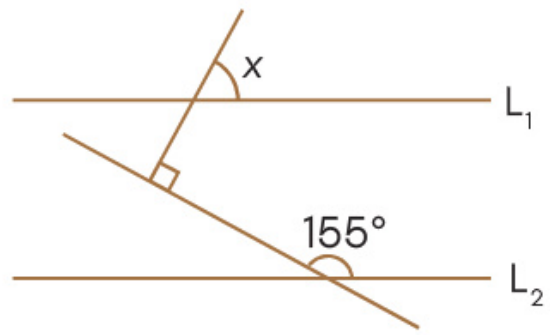

**21** En la figura, $L_1$ y $L_2$ son paralelas. Calcula el valor de *x*.



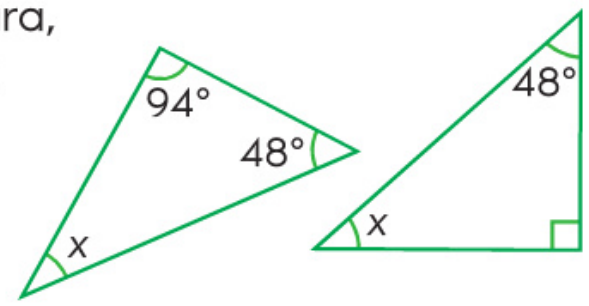

**22** En la figura, $L_1$ es paralela a $L_2$ y $L_3$ es paralela a $L_4$. ¿Cuánto mide el ángulo designado por *x*?



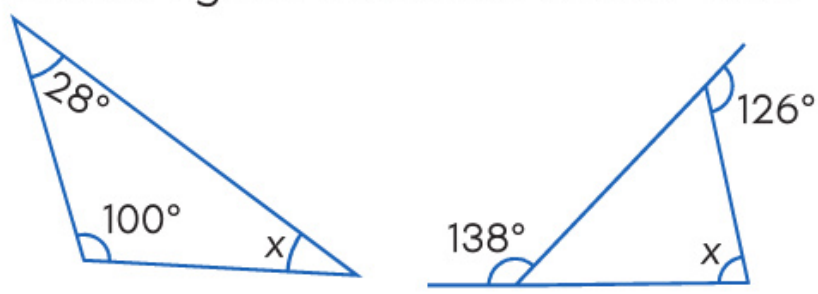

**23** En la figura, $L_1$ y $L_2$ son paralelas. Calcula el valor de *x*.



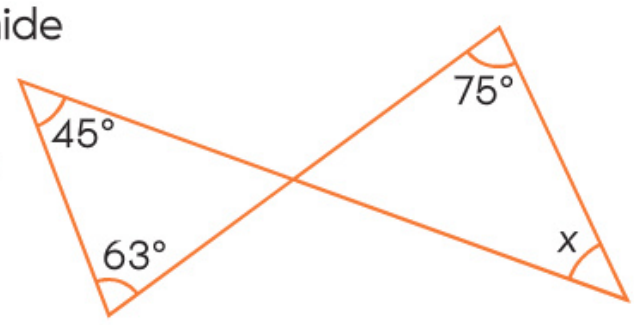

**24** En cada figura, determina el valor de *x*.



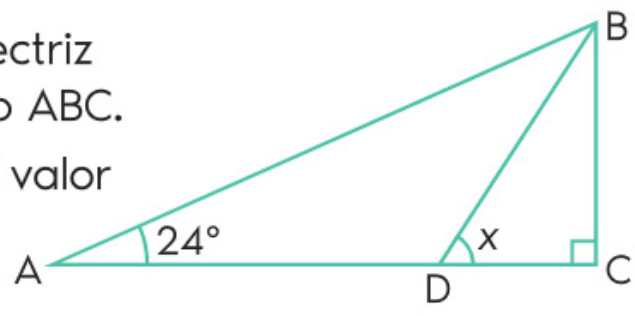

**25** En cada figura, determina el valor de *x*.



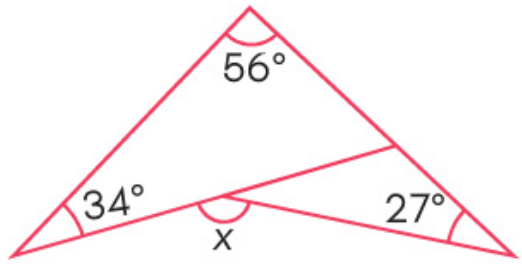

**26** ¿Cuánto mide al ángulo designado con *x*?




**27** BD es bisectriz del ángulo ABC. Calcula el valor de *x*.




**28** En la figura, determina el valor de *x*.



# Autoevaluación

**1** Determina la veracidad (V) o la falsedad (F) de las proposiciones y justifica tu respuesta.

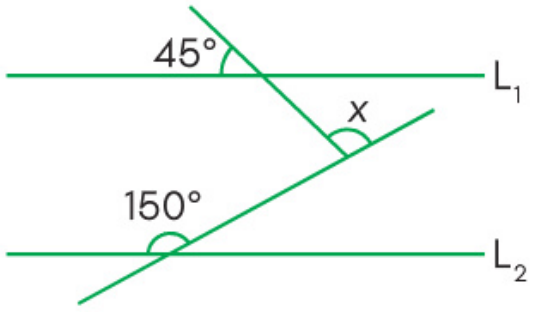
a) El suplemento de un ángulo es siempre mayor que su complemento. ( )

b) Un ángulo puede ser igual a su complemento. ( )

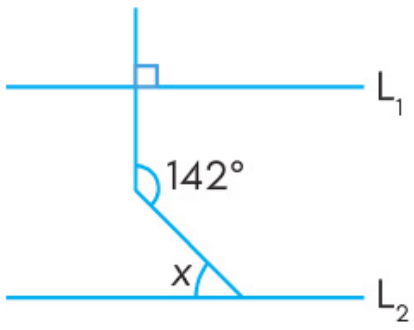
c) El suplemento y el complemento de un ángulo difieren en 90°. ( )

**2** El suplemento del complemento de un ángulo es 160°. Entonces el ángulo es:

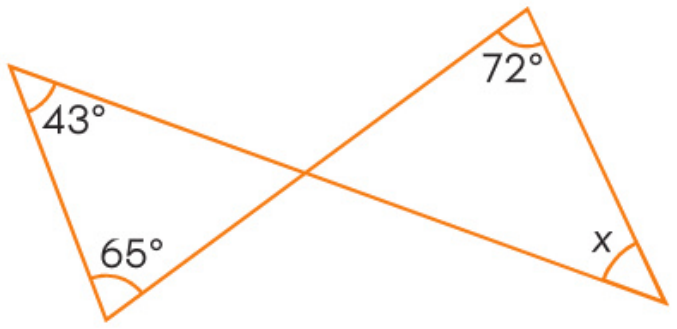
**3** En la figura, $L_1$ y $L_2$ son paralelas. Calcula el valor de $x$.



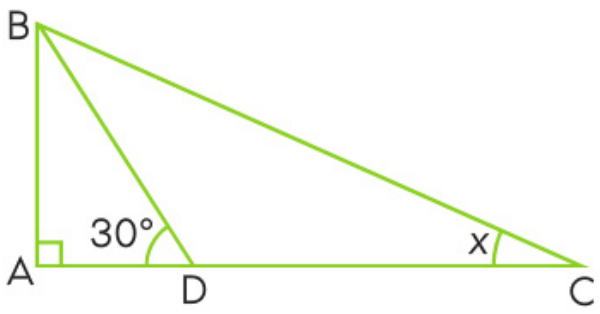

**4** En la figura, $L_1$ y $L_2$ son paralelas. Calcula el valor de $x$.




**5** ¿Cuánto mide al ángulo designado con $x$?




**6** BD es bisectriz del ángulo ABC. Calcula el valor de $x$.



Segmentos y ángulos

# Clasificación de triángulos

Mathías y sus amigos estaban cansados de jugar fulbito, y mientras descansaban decidieron practicar Geometría, formando un triángulo rectángulo ubicándose en cada lado, separados 1 metro y equidistantemente.

VIDEO DE TEORÍA

**Responde:**

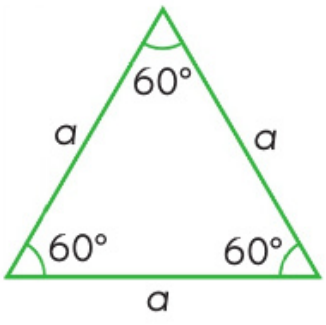
Puesto que quieren formar un triángulo rectángulo, ¿cuántos de ellos deben intervenir como mínimo?

**Los triángulos** se clasifican de acuerdo a dos criterios: De acuerdo a la longitud de sus lados y de acuerdo a la medida de sus ángulos interiores.

## 1. De acuerdo a la longitud de sus lados

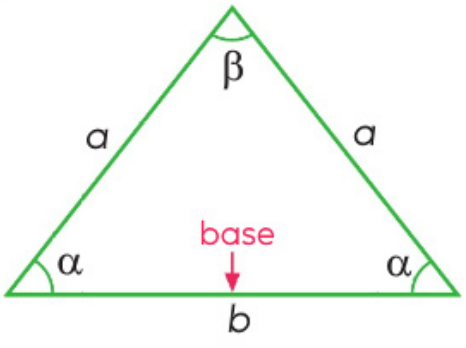
### Triángulo equilátero

Tiene los tres lados de igual longitud y cada uno sus tres ángulos de 60°.



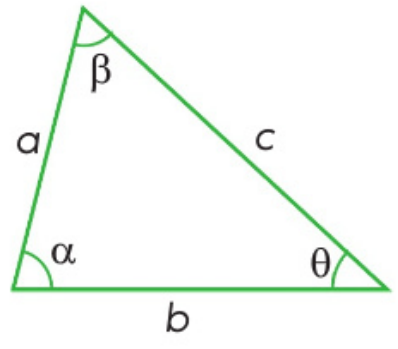

### Triángulo isósceles

Tiene dos lados de igual longitud y el tercero desigual, llamado base.




### Triángulo escaleno

Tiene los tres lados de diferentes longitudes.

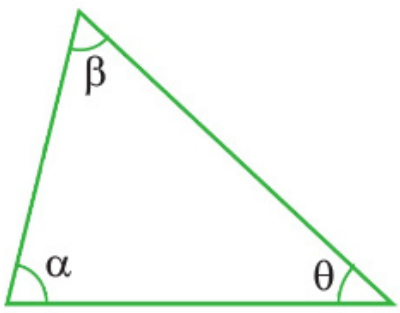



A mayor lado se opone mayor ángulo y a lados iguales, ángulos iguales.

## 2. De acuerdo a la medida de sus ángulos

### Triángulo acutángulo

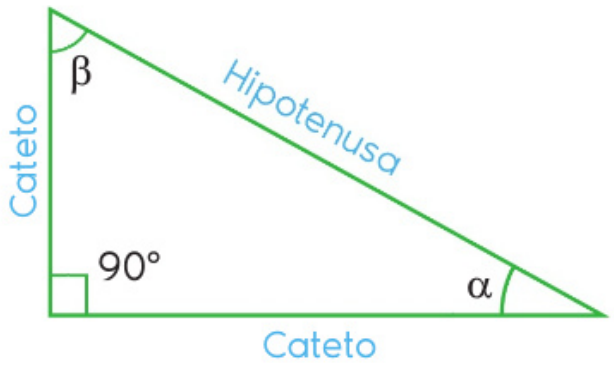
Tiene los tres ángulos interiores agudos.




$0° < \alpha < 90°$
$0° < \beta < 90°$
$0° < \theta < 90°$

### Triángulo rectángulo

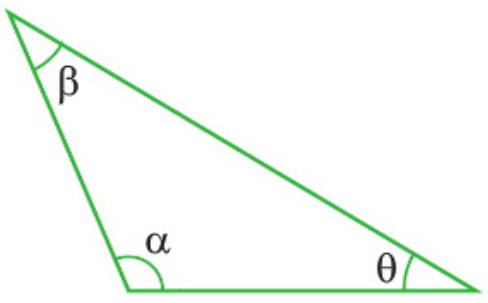
Tiene un ángulo interior recto. El lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa y los otros dos, catetos.




$\alpha + \beta = 90°$

### Triángulo obtusángulo

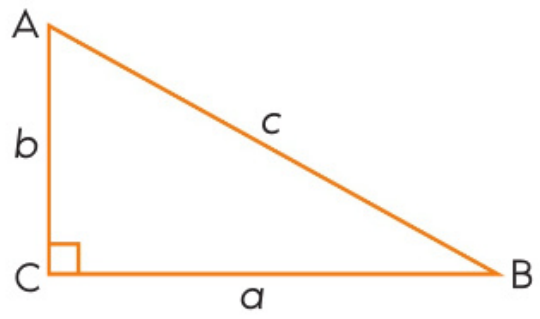
Tiene un ángulo obtuso y los otros dos agudos.




$90° < \alpha < 180°$

A mayor ángulo se opone mayor lado y a ángulos iguales, lados iguales.

## Teorema de Pitágoras




$$c^2 = a^2 + b^2$$

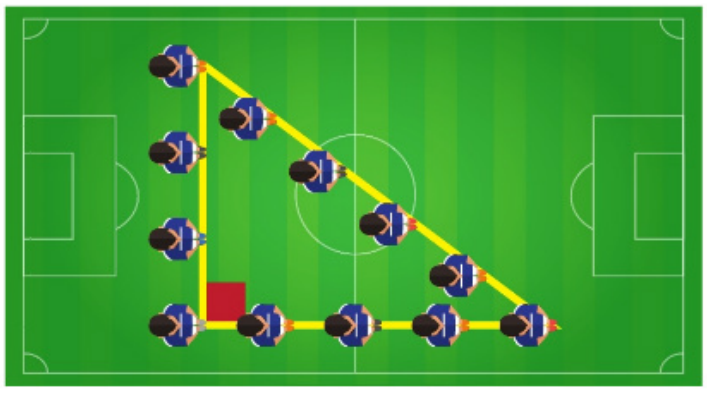
En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Este teorema es el más famoso e importante de la Geometría porque nos permite calcular distancias asociándolas al triángulo rectángulo. Conociendo dos lados de un triángulo rectángulo se puede calcular el tercer lado utilizando el teorema de Pitágoras.

**Resolviendo:** (Problema introductorio)

El "menor" triángulo rectángulo, y el más conocido, es el triángulo de lados 3; 4 y 5.

∴ Se necesitan 12 personas.



### *Ejemplo 1*

Si dos de los ángulos de un triángulo miden 80° y 20°, entonces el triángulo es:

I. Acutángulo II. Isósceles III. Obtusángulo

**Resolviendo:**

- Los dos ángulos suman 20° + 80° = 100°, entonces el tercer ángulo mide 180° – 100° = 80°.
- Entonces los ángulos miden 80°, 20° y 80°, por lo que el triángulo es acutángulo e isósceles.

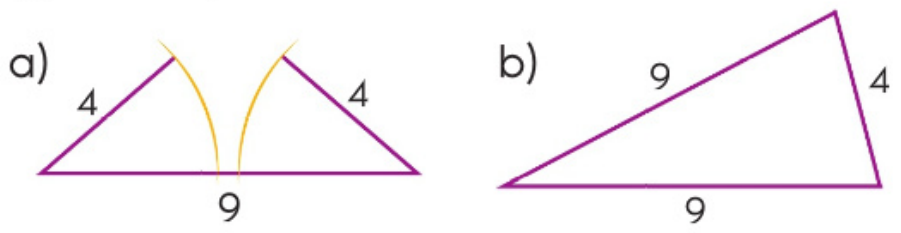
***Respuesta:*** I y II

### *Ejemplo 2*

Los lados de un triángulo miden 9 cm y 4 cm. Para que sea isósceles, el tercer lado debe medir:

**Resolviendo:**

Para que sea isósceles cabe solo una de las siguientes posibilidades:




En el caso a) no se forma el triángulo, entonces el tercer lado debe medir 9 cm.

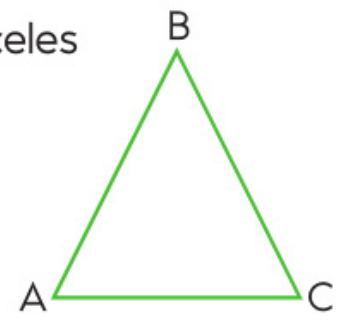
**Nivel básico**

**1** **Dibuja** un triángulo equilátero de 4 cm de lado.

**2** **Dibuja** un triángulo rectángulo de catetos 4 cm y 3 cm. Mide la hipotenusa y verifica si se cumple el teorema de Pitágoras.

**3** El triángulo ABC es isósceles (AB = BC). Si el ángulo A mide 30°, ¿cuánto mide el ángulo B?

**4** El triángulo ABC es isósceles (AB = BC). Si el ángulo B mide 44°, ¿cuánto mide el ángulo A?




**5** Si uno de los ángulos de un triángulo mide 50°:

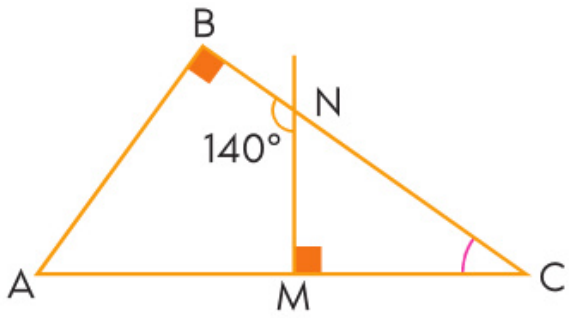
I. Jamás será obtusángulo.
II. Jamás será equilátero.
III. Jamás será isósceles.

## Nivel intermedio

**6** Uno de los ángulos de un triángulo mide 60°, entonces podemos afirmar que:

I. Si otro ángulo más mide 60°, entonces es equilátero.
II. Si otro de los ángulos mide 30°, entonces es rectángulo.
III. Si dos de sus lados tienen igual longitud, entonces es equilátero.

**7** En la figura, **determina** la medida del ángulo A.




**8** Si dos de los ángulos de un triángulo miden 60° y 70°. El triángulo es:

I. Escaleno
II. Acutángulo
III. Isósceles

**9** Si dos de los ángulos de un triángulo miden 40° y 50°. El triángulo es:

I. Rectángulo
II. Escaleno
III. Isósceles

**10** Si dos de los ángulos de un triángulo miden 40° y 70°, el triángulo es:

I. Escaleno
II. Acutángulo
III. Isósceles

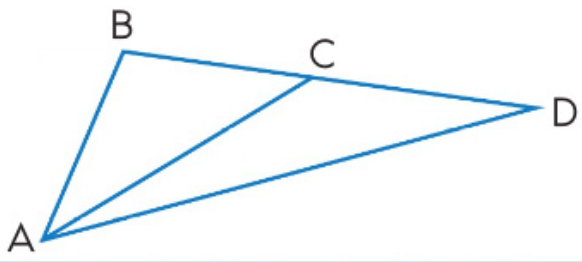


GENIO MATIC

## Nivel avanzado

**11** En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se une el vértice B con un punto N de la hipotenusa. Si el triángulo BNC resulta isósceles y el ángulo NBC mide 25 °, ¿cuánto mide el ángulo A?

**12** Los triángulos ABC y ACD son isósceles (AB = BC y AC = CD). Si el ángulo A mide 124°, ¿cuánto mide el ángulo D?




**13** En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la bisectriz interior AN (N en $\overline{BC}$) y el triángulo ANC resulta isósceles. ¿Cuánto mide el ángulo ANC?

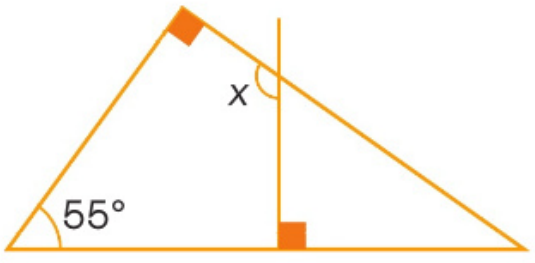
**14** En un triángulo isósceles ABC (AB = BC) se traza la bisectriz interior AN (N en BC). Si el ángulo ANB mide 66°, ¿cuánto mide el ángulo B?



## Tarea

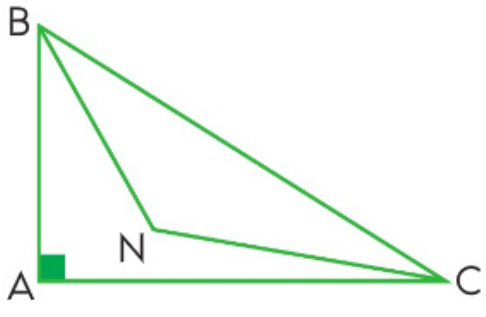
**1** **Dibuja** un triángulo isósceles dos de cuyos lados midan 6 cm y 3 cm.

**2** En la figura, **determina** el valor de *x*.




**3** **Dibuja** un triángulo de lados 4 cm, 5 cm y 6 cm e **indica** su clasificación.

**4** En la figura, el triángulo BNC es isósceles y BN es bisectriz del ángulo B. Si el ángulo NCB mide 9°, ¿cuánto mide el ángulo BNA?



Triángulos

# Cuadriláteros

Por un costado del terreno de Mauro pasa un río, con el cual los lados del terreno, de forma cuadrangular, forman ángulos de 80° y 112°. El ángulo del tercer vértice mide 108°.

VIDEO DE TEORÍA

**Responde:**

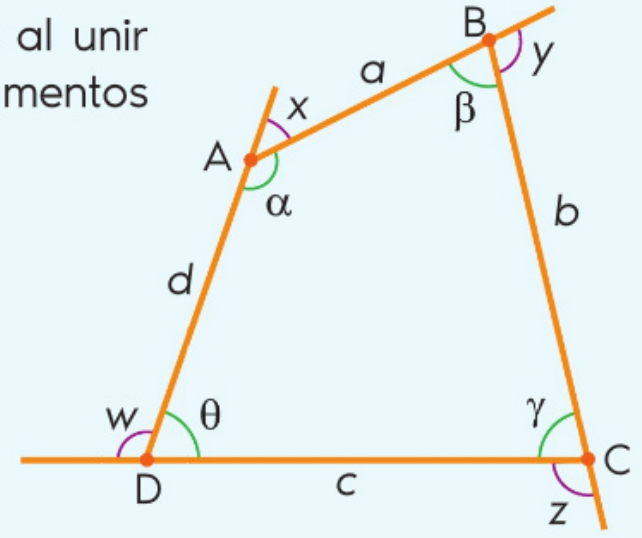
¿Cuánto mide el cuarto ángulo del terreno de Mauro? _____



**El cuadrilátero** es una figura geométrica formada al unir cuatro puntos no colineales del plano mediante segmentos de recta que no se intersecan entre sí.

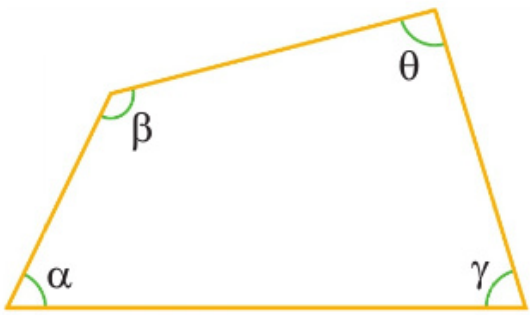
Elementos del triángulo:

- Vértices: A, B, C y D.
- Longitud de los lados: *a*, *b*, *c* y *d*.
- $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ y $\theta$: medidas de los ángulos interiores.
- *x*, *y*, *z* y *w*: medidas de los ángulos exteriores.




## Cuadrilátero convexo

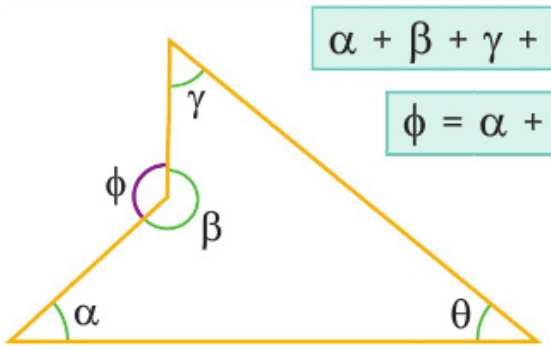
Todos sus ángulo interiores miden menos de 180°.




$\alpha + \beta + \gamma + \beta = 360°$

## Cuadrilátero no convexo (cóncavo)

Uno de los ángulos interiores mide más de 180°.



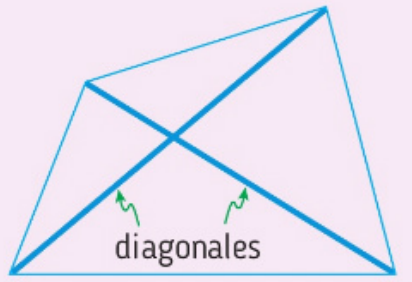

$\alpha + \beta + \gamma + \beta = 360°$

$\phi = \alpha + \gamma + \theta$

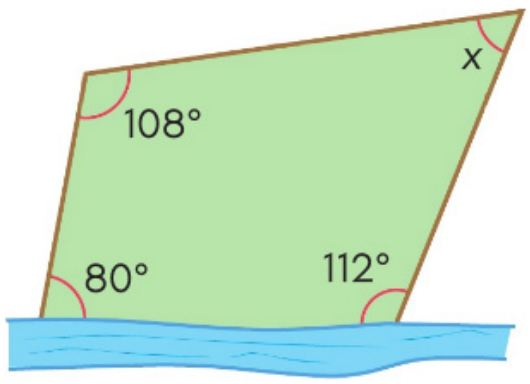
**Ten en cuenta**

**Diagonales**

Son segmentos que unen los vértices opuestos.




**Resolviendo:** (Problema introductorio)



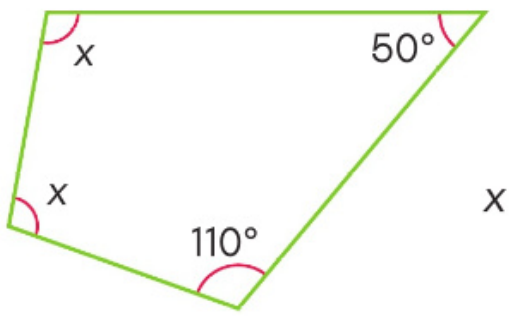

80° +
108°
112°
300°

Los 4 ángulos deben sumar 360°. Como 3 de ellos suman 300°, el cuarto ángulo mide: 360° – 300° = 60°.

***Ejemplo***

Dos de los ángulos de un cuadrilátero miden 110° y 50°. Si los otros dos son congruentes, ¿cuánto mide cada uno?

**Resolviendo:**




110° +
50°
160°

$x + x = 360° - 160°$

$2x = 200° \Rightarrow x = 100°$



GENIOMATIC

## Nivel básico

**1** **Dibuja** un cuadrilátero con dos ángulos opuestos rectos.

**2** **Dibuja** un cuadrilátero cóncavo cuyo ángulo exterior correspondiente al vértice cóncavo sea recto.

**3** **Dibuja** un cuadrilátero de lados 3 cm, 4 cm, 5 cm y 6 cm.

**4** Tres de los ángulos interiores de un cuadrilátero miden 123°, 92° y 108°. ¿Cuánto mide el cuarto ángulo?

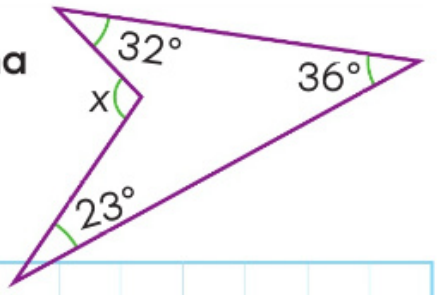
**5** Dos de los ángulos interiores de un cuadrilátero miden 118° y 126°. Si los otros dos tienen igual medida, ¿cuánto mide cada uno?

## Nivel intermedio

**6** La suma de las medidas de tres ángulos interiores de un cuadrilátero es 276°. ¿Cuánto mide el cuarto ángulo?

**7** Si dos de los ángulos interiores de un cuadrilátero suman 210°, ¿cuánto suman las medidas de los otros dos?

**8** En la figura, **determina** el valor de $x$.



**9** En un cuadrilátero, los ángulos de dos vértices opuestos miden 108° y 96°. Los ángulos de los otros dos vértices miden uno el doble del otro. ¿Cuánto mide el menor de ellos?

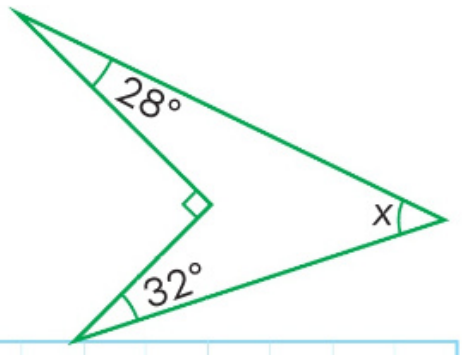
**10** Un cuadrilátero tiene dos ángulos rectos. Los otros dos miden uno el triple del otro. ¿Cuánto mide el mayor?

## Nivel avanzado

**11** Un lado de un cuadrilátero forma con los otros dos lados ángulos rectos. Respecto a los ángulos que forman estos dos lados con el cuarto, podemos afirmar:

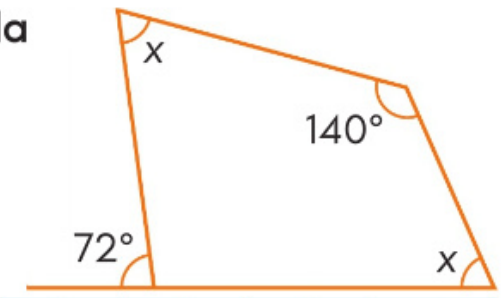
I. Son diferentes
II. Suman 180°
III. Son iguales

**12** En la figura, **calcula** el valor de *x*.




**13** Tres de los ángulos exteriores de un cuadrilátero tienen la misma medida. El ángulo interior adyacente al cuarto ángulo exterior mide 60°. ¿Cuánto mide cada uno de los otros tres ángulos interiores?

**14** En la figura, **calcula** el valor de *x*.

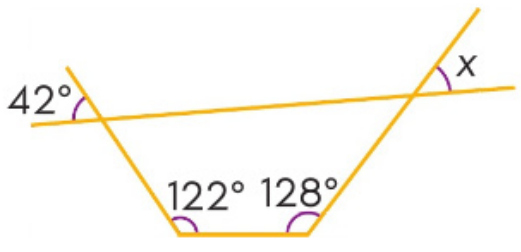



## Tarea

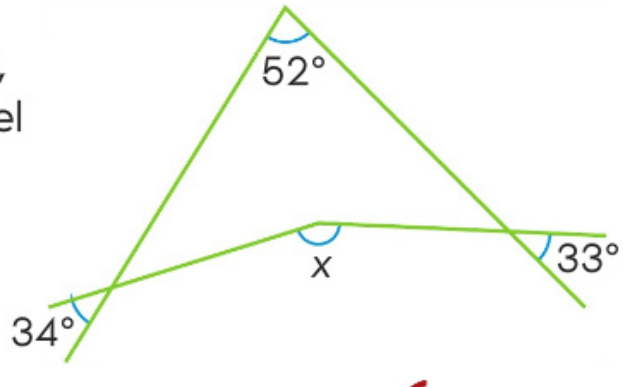
**1** **Dibuja** un cuadrilátero con dos ángulos rectos y un ángulo de 70°

**2** Tres de los ángulos interiores de un cuadrilátero miden 124°, 82° y 102°. ¿Cuánto mide el cuarto ángulo?

**3** En la figura, **determina** el valor de *x*.




**4** En la figura, **determina** el valor de *x*.



# Clasificación de los cuadriláteros

Triángulos

La iglesia de Huaytará - Huancavelica fue construida sobre los restos de un templo inca.

En ambas arquitecturas se observan formas geométricas con predominio de formas poligonales de 4 lados.

VIDEO DE TEORÍA

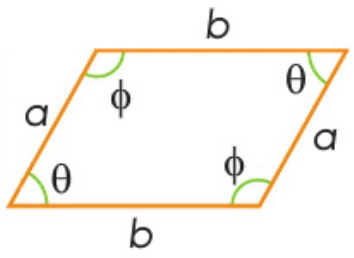
**Responde:**

¿Qué tipo de figuras cuadrangulares (4 lados) observas en esta imagen?

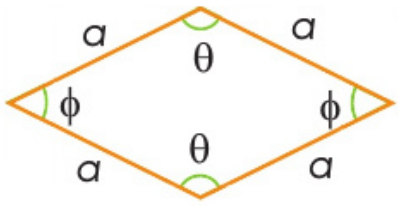
**Los cuadriláteros convexos** se clasifican, de acuerdo al paralelismo de sus lados, en paralelogramos, trapecios y trapezoides.

## 1. Paralelogramos

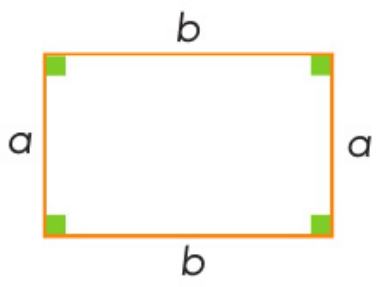
### Romboide



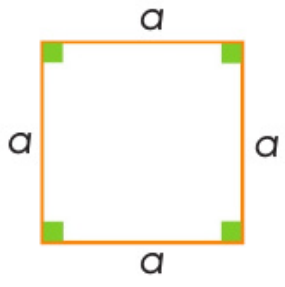

### Rombo




### Rectángulo



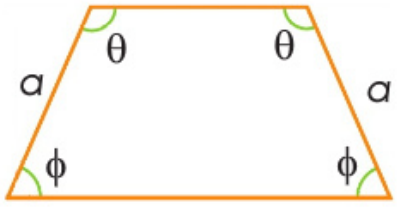

### Cuadrado




## 2. Trapecios

### Trapecio rectángulo

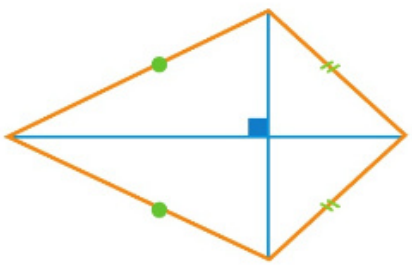
### Trapecio isósceles



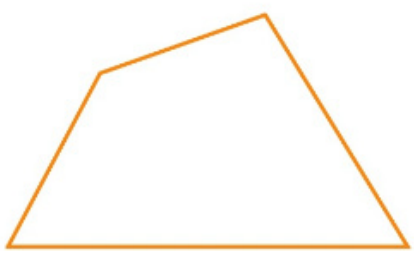

### Trapecio escaleno

## 3. Trapezoides

### Trapezoide simétrico



### Trapezoide asimétrico

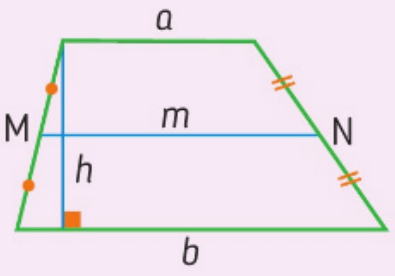


**Resolviendo:** (Problema introductorio)

Se observan formas rectangulares (techo y ventanas superiores), trapecios (puertas y ventanas del templo inca), rombos y romboides (dibujos de la torre).

**Ten en cuenta**

**Mediana del trapecio**




$$m = \frac{a + b}{2}$$

M y N: puntos medios de los lados no paralelos.

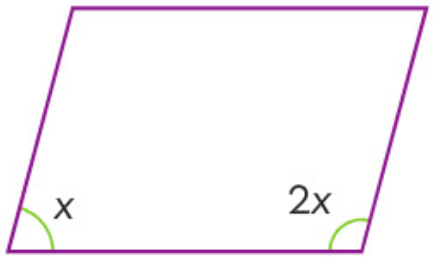
*a*: Base mayor

*b*: Base menor

*h*: Altura

### *Ejemplo 1*

La figura es un paralelogramo. **Determina** el valor de $x$.



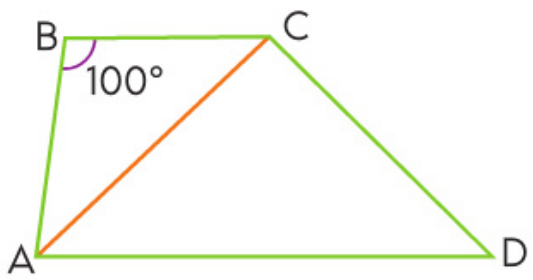

**Resolviendo:**

Como los lados opuestos son paralelos, $x$ y $2x$ son conjugados internos, por ende, suplementarios:

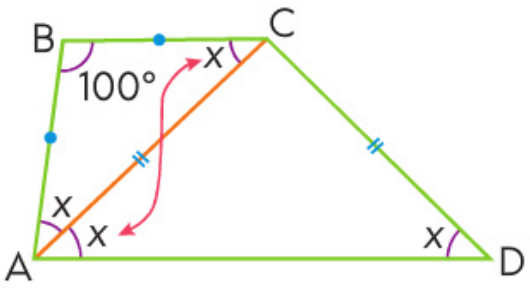
$$x + 2x = 180°$$
$$3x = 180° \Rightarrow x = 60°$$

### *Ejemplo 2*

ABCD es un trapecio y ABC y ACD, triángulos isósceles. ¿Cuánto mide el ángulo D?




**Resolviendo:**




$$2x = 180° - 100°$$
$$2x = 80°$$
$$x = 40°$$

## Nivel básico

**1** Si un cuadrilátero tiene solo dos ángulos rectos entonces:

I. Puede ser un trapecio.
II. Puede ser un trapezoide.
III. Puede ser un romboide.

**2** Si un cuadrilátero tiene solo dos ángulos rectos entonces:

I. No puede ser un rombo.
II. No puede ser un trapecio.
III. No puede ser un trapezoide.

**3** **Dibuja** un trapecio rectángulo y **señala** sus elementos. **Usa** escuadras.

**4** Todo trapecio rectángulo necesariamente tiene:

I. Dos ángulos rectos
II. Un solo ángulo interior obtuso.
III. Dos lados de diferente longitud.

**5** **Dibuja** un rombo de diagonales 4 cm y 6 cm. **Usa** escuadras.

## Nivel intermedio

**6** Respecto a un romboide, es cierto que:

I. Sus diagonales son de igual longitud.
II. Sus ángulos opuestos son congruentes.
III. Sus diagonales se cortan en sus puntos medios.

**7** Respecto a un rombo, es cierto que:

I. Sus diagonales son de igual longitud.
II. Sus diagonales son perpendiculares.
III. Sus diagonales se cortan en sus puntos medios.





GENIOMATIC

**8** Respecto a un rectángulo, es cierto que:

I. Sus diagonales se cortan en su punto medio.
II. Sus cuatro ángulos interiores son rectos.
III. Sus diagonales forman un ángulo recto.

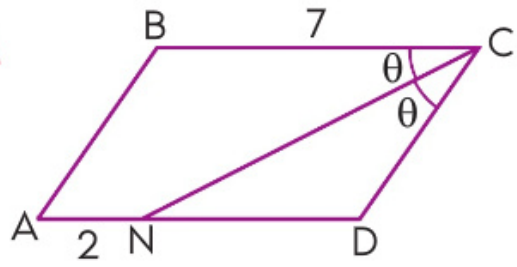
**9** Respecto a un trapecio, es cierto que:

I. Sus diagonales son de igual longitud.
II. Dos lados opuestos no son paralelos.
III. Los ángulos adyacentes a lados no paralelos son suplementarios

**10** **Calcula** la longitud de la mediana de un trapecio cuyas bases miden 3 cm y 7 cm.

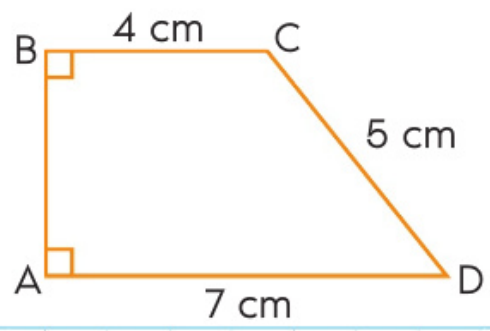
## Nivel avanzado

**11** ABCD es un paralelogramo. **Calcula** AB.




**12** La diagonal mayor y el lado de un rombo forman un ángulo de 30°. ¿Cuánto mide el mayor ángulo interior del rombo?

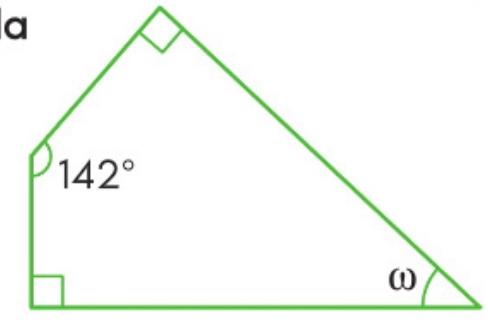
**13** En la figura, **calcula** AB.




## Tarea

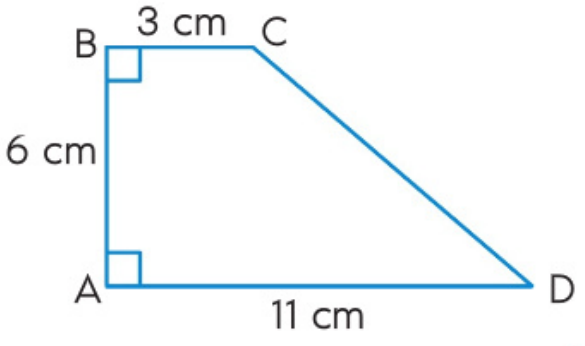
**1** **Dibuja** un rombo cuyas diagonales midan 6 cm y 7 cm. **Usa** escuadra.

**2** En la figura, **calcula** el valor de ω.




**3** **Calcula** la longitud de la mediana de un trapecio cuyas bases miden 5 cm y 13 cm.

**4** En la figura, **calcula** el valor de CD.



# Reforzando - Unidad 3

**1** Uno de los ángulos interiores de un triángulo isósceles mide 120°. Respecto a los otros ángulos se puede asegurar que:

I. Son congruentes.

II. Cada uno mide 30°.

III. Uno mide 60°.

A) Solo I B) Solo II
C) Solo I y II D) Ninguno

**2** Si un triángulo tiene dos lados de igual longitud y un ángulo de 60°, entonces el triángulo es:

A) Equilátero B) Isósceles
C) Escaleno D) Rectángulo

**3** En un triángulo isósceles ABC (AB = BC), se traza la altura AD. Si el ángulo C mide 68° y el ángulo BAD, 24°, ¿cuánto mide el ángulo B?

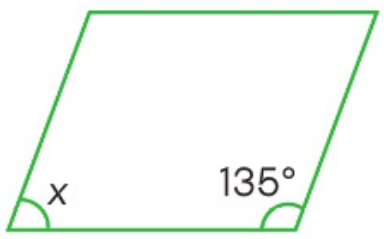
A) 64° B) 66° C) 68° D) 65°

**4** En un triángulo equilátero ABC, se traza CD, D en el lado AB, de modo que el ángulo ADC mide 100°. ¿Cuánto mide el ángulo DCB?

A) 42° B) 48° C) 36° D) 40°

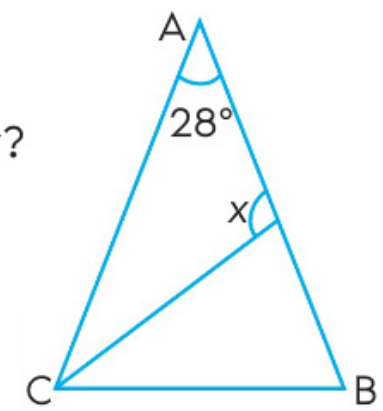
**5** En el paralelogramo mostrado, ¿cuál es el valor de x?

A) 35°
B) 45°
C) 50°
D) 55°




**6** El triángulo ABC es isósceles (AB = AC). ¿Cuál es el valor de x?

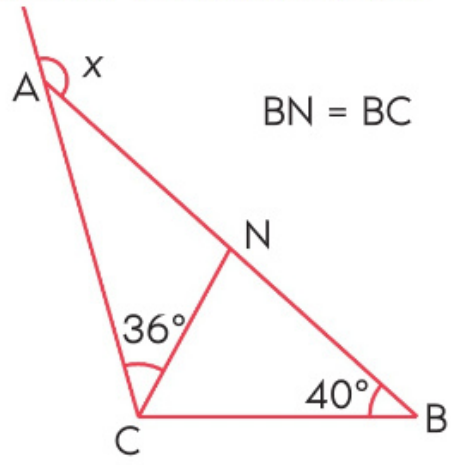
A) 140° C) 146°
B) 76° D) 136°




## Olimpiadas nacionales e internacionales

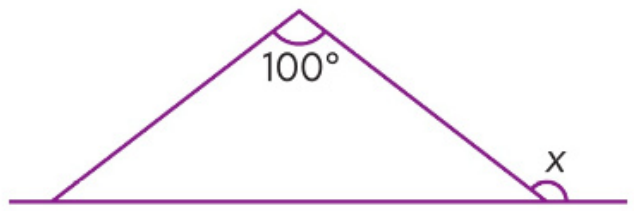
**7** El ángulo designado con x mide:

A) 140° C) 146°
B) 76° D) 136°




**8** ¿Cuál debe ser el valor de x para que el triángulo sea isósceles?

A) 130°
B) 120°
C) 140°
D) 150°




**9** ¿Qué cuadrilátero tiene las dos diagonales iguales y los lados iguales dos a dos?

A) Rectángulo B) Trapecio
C) Rombo D) trapezoide

**10** Si los ángulos de un cuadrilátero miden, 80°, 110° y 60°, ¿cuánto mide el ángulo que falta?

A) 100° B) 110° C) 120° D) 105°

**11** ¿Cuál es el paralelogramo que tiene las diagonales perpendiculares?

A) Rectángulo B) Trapecio
C) Rombo D) Romboide

**12** Si uno de los ángulos de un trapecio mide 90°, entonces el trapecio es:

A) Rectángulo B) Isósceles
C) Equilátero D) Escaleno

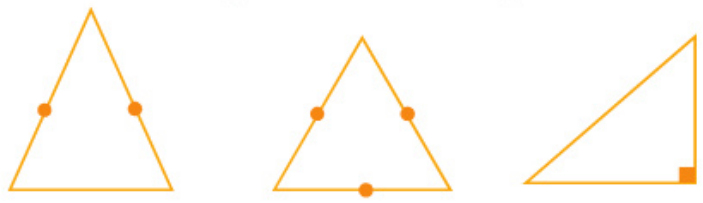
**13** Las bases de un trapecio miden 11 cm y 15 cm. ¿Cuánto mide la mediana del trapecio?

A) 10 cm B) 11 cm C) 12 cm D) 13 cm

**14** ¿Cuánto mide el lado de un rombo cuyas diagonales miden 6 cm y 8 cm?

A) 8 cm B) 5 cm C) 6 cm D) 7 cm

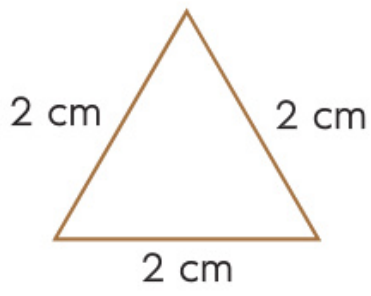
**15** Identifica los siguientes triángulos.



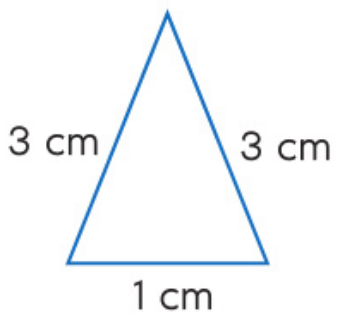
_____ _____ _____

**16** ¿Cómo se llama el cuadrilátero que tiene dos lados paralelos?

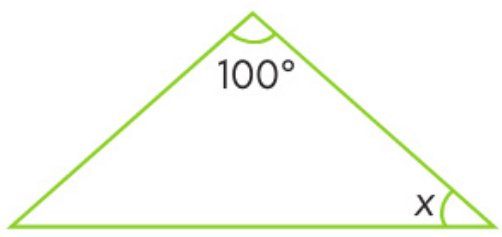
**17** ¿Qué clase de triángulo es el siguiente?



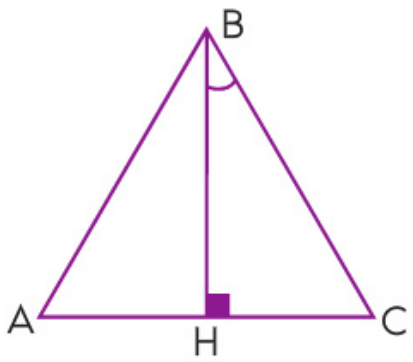

**18** ¿Qué clase de triángulo es el siguiente?



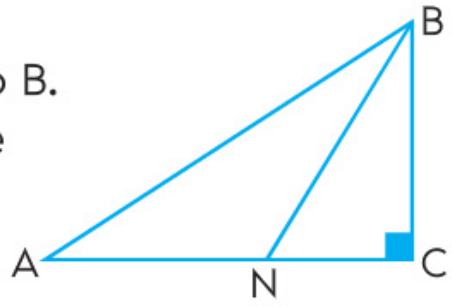

**19** Si el triángulo es isósceles, ¿cuál es el valor de *x*?



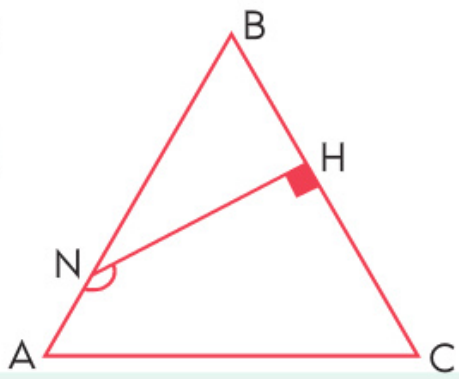

**20** El triángulo ABC es equilátero. ¿Cuánto mide el ángulo HBC?



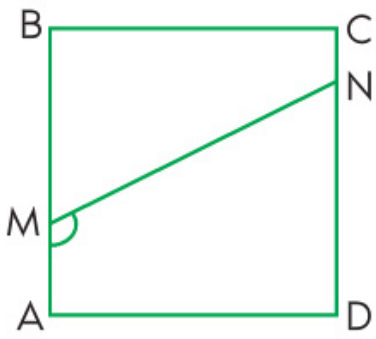

**21** En la figura, $\overline{BN}$ es bisectriz del ángulo B. Si el ángulo A mide 24°, ¿cuánto mide el ángulo BNC?



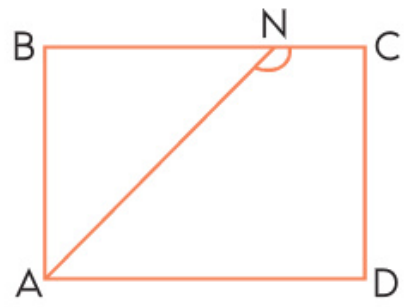

**22** El triángulo ABC es equilátero. ¿Cuánto mide el ángulo ANH?



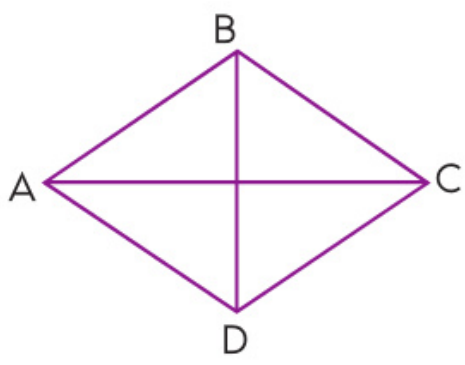

**23** ABCD es un cuadrado. Si el ángulo MND mide 68°, ¿cuánto mide el ángulo AMN?



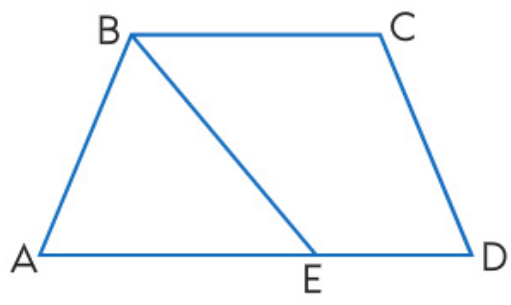

**24** ABCD es un rectángulo. Si el triángulo ABN es isósceles, ¿cuánto mide el ángulo ANC?



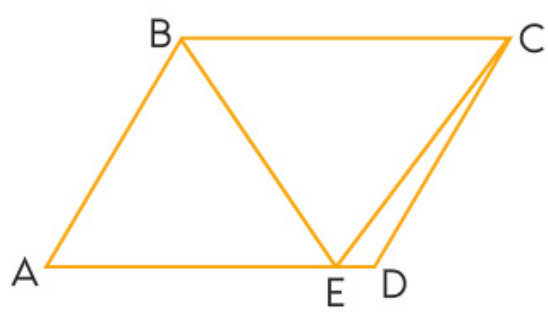

**25** ABCD es un rombo. Si el ángulo ACD mide 27°, ¿cuánto mide el ángulo ABD?



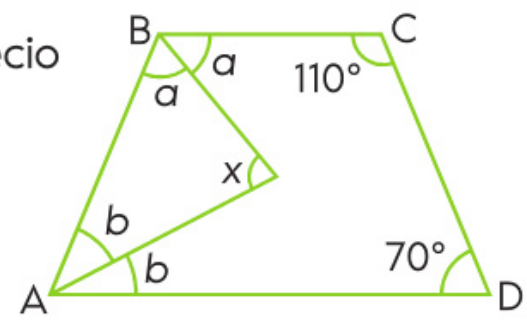

**26** ABCD es un trapecio isósceles. BE es bisectriz del ángulo B. Si el ángulo D mide 62°, ¿cuánto mide el ángulo BED?




**27** ABCD es un paralelogramo y el triángulo ABE es equilátero. Si el ángulo BCE mide 54°, ¿cuánto mide el ángulo BEC?

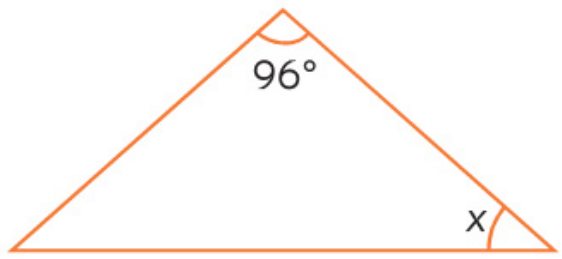



**28** Calcula el valor de *x* en el trapecio ABCD.

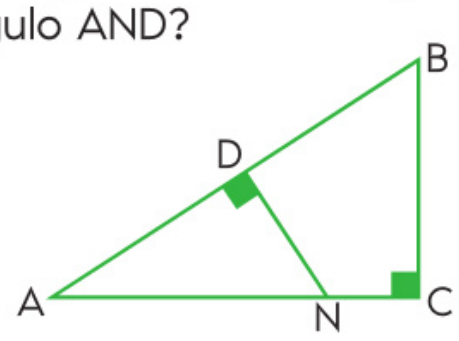


# Autoevaluación

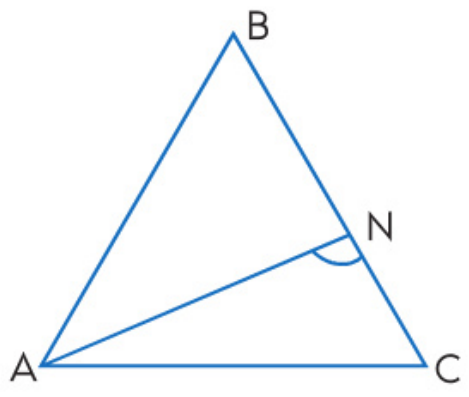
**1** Si el triángulo es isósceles, ¿cuál es el valor de $x$?



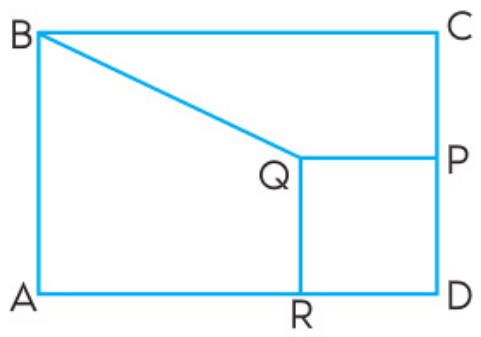

**2** En la figura, el ángulo B mide 63°. ¿Cuánto mide el ángulo AND?



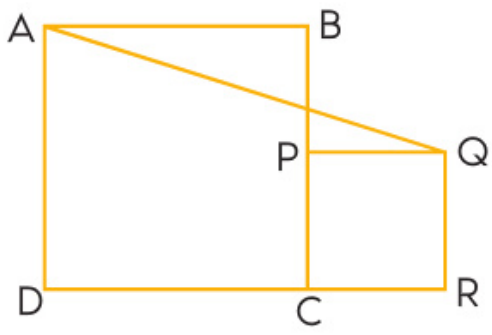

**3** El triángulo ABC es equilátero. Si el ángulo BAN mide 40°, ¿cuánto mide el ángulo ANC?



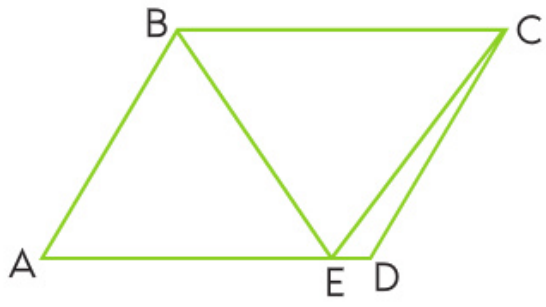

**4** Los lados del rectángulo ABCD miden 13 cm y 9 cm, y el lado del cuadrado PQRD mide 5 cm. Calcula la longitud de las medianas de los trapecios BCPQ y ABQR.




**5** Los lados de los cuadrados ABCD y PQRC, miden 9 cm y 5 cm, respectivamente. ¿Cuánto mide la mediana del trapecio AQRD?




**6** ABCD es un paralelogramo y el triángulo ABE es equilátero. Si el ángulo ECD mide 5°, ¿cuánto mide el ángulo BCE?



Triángulos y cuadriláteros

# Polígonos

Antonio está encargado de elaborar esta señal de tránsito para colocarla en la calle que pasa por su colegio. El polígono debe tener tres ángulos rectos, los de la base y el ángulo superior.

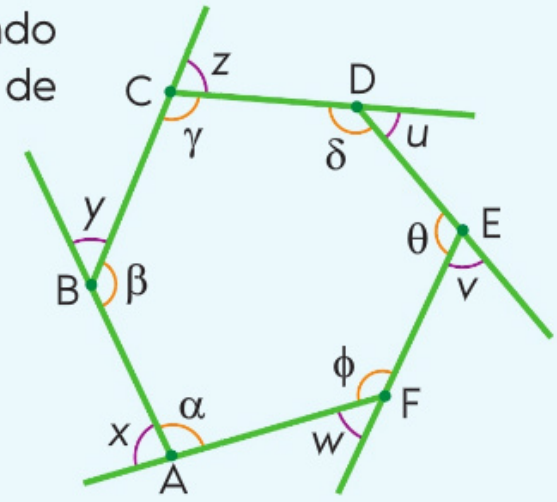
VIDEO DE TEORÍA

**Responde:**

¿Cuánto miden los ángulos laterales? _____

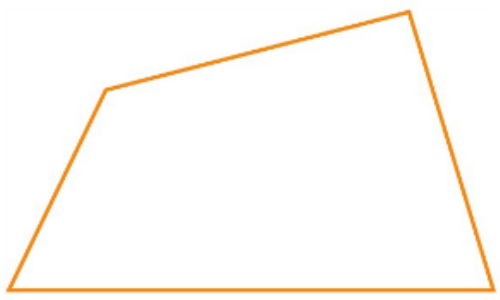
**Un polígono** es la figura geométrica que se forma uniendo tres o más puntos no colineales mediante segmentos de recta no secantes entre sí. Elementos del polígono:

- Vértices: A, B, C, ...
- Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, ...
- $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, ...: medida de los ángulos interiores.
- $x$, $y$, $z$, ...: medida de los ángulos exteriores.
- Diagonales: $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, ...



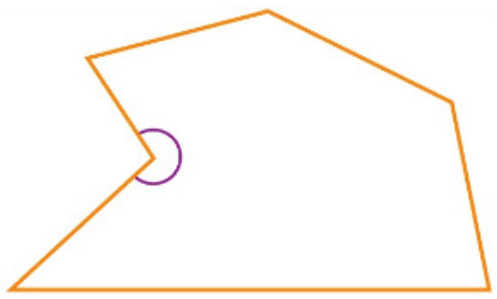

## Polígono convexo

Todos sus ángulo interiores miden menos de 180°.



## Polígono cóncavo

Algún ángulo interior mide más de 180°.



## Propiedades de los polígonos

En todo polígono de $n$ lados se cumple:

| Suma de los ángulos interiores | Suma de los ángulos exteriores | Número de diagonales desde un vértice | Número total de diagonales |
|---|---|---|---|
| $S_i = 180°(n - 2)$ | $S_e = 360°$ | $D_{1V} = n - 3$ | $D = \frac{n(n-3)}{2}$ |

***Ejemplo***

En un heptágono ($n = 7$):

- $S_i = 180°(7 - 2)$
  $= 180° \times 5 = 900°$
- $D_{1V} = 7 - 3 = 4$
- $S_e = 360°$
- $D = \frac{7(7-3)}{2} = \frac{7(4)}{2} = 14$

**Ten en cuenta**

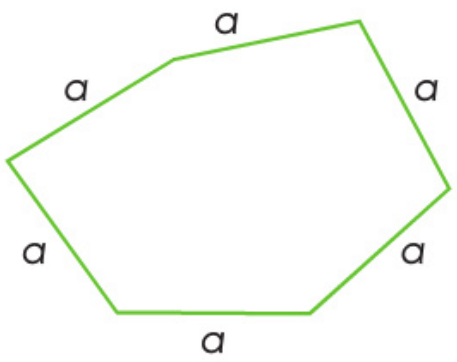
**Denominación de los polígonos**

| N° de lados | Nombre |
|---|---|
| 3 | Triángulo |
| 4 | Cuadrilátero |
| 5 | Pentágono |
| 6 | Hexágono |
| 7 | Heptágono |
| 8 | Octógono |
| 9 | Nonágono |
| 10 | Decágono |
| 11 | Endecágono |
| 12 | Dodecágono |
| 15 | Pentadecágono |
| 20 | Icoságono |
| 30 | Tricontágono |

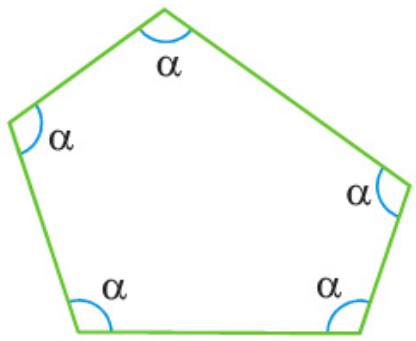
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

## Clasificación por la medida de sus elementos

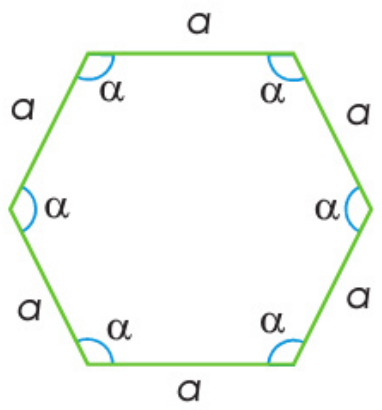
### Polígono equilátero
Todos sus lados son de igual longitud.



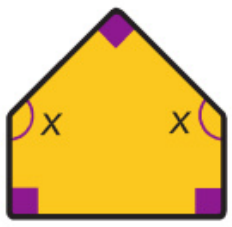

### Polígono equiángulo
Todos sus ángulos son de igual medida.




### Polígono regular
Es equilátero y equiángulo.




**Resolviendo:** (Problema introductorio)




- Pentágono: $n = 5$
- $S_i = 180°(5 - 2) = 540°$
- $2x = 540° - 3\times90°$

  $2x = 270° \Rightarrow x = 135°$

### *Ejemplo 1*
¿Cuántas diagonales se pueden trazar desde uno de los vértices de un heptágono?

**Resolviendo:**
- Heptágono: $n = 7$
- $D_{1V} = 7 - 3 = 4$

### *Ejemplo 2*
Tres de los ángulos interiores de un octógono miden 120°, 100° y 150°. ¿Cuánto suman las medidas de los otros 5?

**Resolviendo:**
- Octógono: $n = 8$
- $120° + 100° + 150° = 370°$
- $S_i = 180°(8 - 2) = 1080°$
- $S_{5i} = 1080° - 370° = 710°$

### *Ejemplo 3*
**Calcula** el número total de diagonales del hexágono.

**Resolviendo:**

Hexágono: $n = 6$

$$D_T = \frac{n(n-3)}{2}$$

$$D_T = \frac{6(6-3)}{2} \Rightarrow D_T = 9$$

**Nivel básico**

**1** **Completa:**

Un polígono es _____ cuando todos sus ángulos tienen igual medida.

**2** **Completa:**

Un polígono equilátero y equiángulo es un polígono _____ .

**3** **Completa:**

Un polígono de _____ lados se denomina heptágono y tiene _____ diagonales en total.

**4** **Completa:**

Desde un vértice del _____ se pueden trazar 6 diagonales.

**5** **Completa:**

Si la suma de los ángulos internos de un polígono es _____ entonces tiene 7 lados y se llama _____ .

## Nivel intermedio

**6** **Dibuja** un octógono regular e **indica** sus elementos.

**7** **Califica** como verdadera (V) o como falsa (F) las siguientes proposiciones.

I. Desde un vértice de un hexágono se pueden trazar 3 diagonales ( )

II. Un pentágono tiene 5 diagonales. ( )

III. Los ángulos internos de un hexágono suman 3 ángulos rectos ( )

**8** Un ángulo interior de un polígono regular mide 108°. **Calcula** el número de lados.

**9** **Calcula** la medida del ángulo exterior de un polígono equiángulo, si la suma de las medidas de dos de sus ángulos internos es igual a 300°.

**10** **Completa:**

El polígono regular llamado _____ tiene un ángulo exterior que mide 24°.

## Nivel avanzado

**11** En cierto polígono, la suma de las medidas de los ángulos internos es igual a 1620°. ¿Cuántos lados tiene el polígono?

**12** Calcula la medida del ángulo interior de un polígono regular, si la suma de las medidas de tres ángulos externos es igual a 72°.

**13** Si el número de lados de un polígono regular aumenta:

I. El número de sus diagonales aumenta.

II. La medida del ángulo exterior disminuye.

III. La medida del ángulo interior disminuye.

**14** ¿Cuál de los siguientes ángulos no puede ser el ángulo exterior de un polígono regular?

A) 36° B) 25° C) 18°

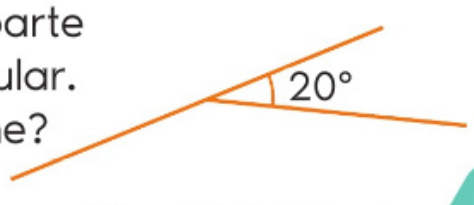
## Tarea

**1** **Calcula** la suma de las medidas de los ángulos internos de un dodecágono.

**2** **Calcula** el número total de diagonales de un decágono.

**3** Un ángulo exterior de un polígono regular mide 40°. **Calcula** el número de sus lados.

**4** La figura muestra parte de un polígono regular. ¿Cuántos lados tiene?



# Polígonos regulares

Triángulos y cuadriláteros

Desde el 17 de junio de 2019, los fabricantes de gaseosas, chocolates, jugos con preservantes, entre otros productos industrializados, están obligados a colocar los **octógonos nutricionales,** como advertencia de su contenido alto en azúcar, sodio, grasas saturadas o grasas trans.

VIDEO DE TEORÍA

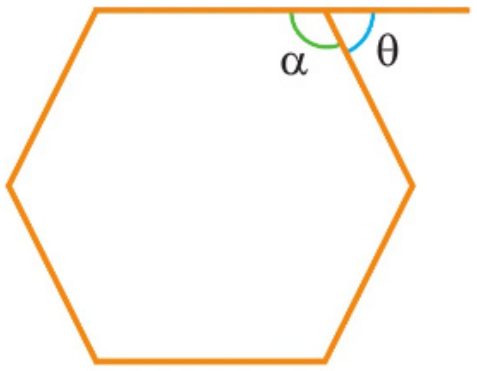
**Responde:**

¿Qué debes hacer antes de comprar un producto industrial para consumir? _____

**Un polígono es regular** si es equilátero y equiángulo, o sea, todos sus lados, al igual que sus ángulos, tienen igual medida.

## Ángulo interior de un polígono regular

Analicemos el hexágono regular:




La suma de los ángulos exteriores de cualquier polígono es 360°. Como el hexágono tiene 6 ángulos exteriores, cada uno mide:

$$\frac{360°}{6} = 60° \Rightarrow \theta = 60°$$

Como $\alpha$ y $\theta$ son suplementarios, entonces $\alpha$, o sea, el ángulo interior del hexágono regular, se puede calcular como el suplemento del ángulo exterior $\theta$.

$$\alpha_n = 180° - \frac{360°}{n}$$

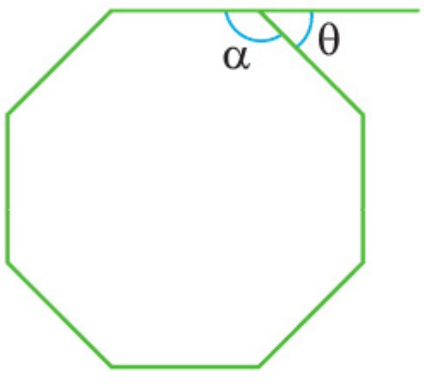
$\alpha_n$: Medida del ángulo interior de un polígono regular de $n$ lados.

$n$: Número de lados del polígono regular.

### *Ejemplo 1*

¿Cuánto mide el ángulo interior de un octógono regular?

**Resolviendo:**




- Primero calculamos $\theta$:

$$\theta = \frac{360°}{8} = 45°$$

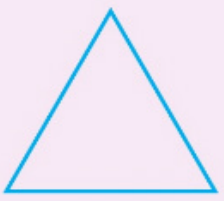
- Luego calculamos $\alpha$:

$$\alpha = 180° - 45° = 135°$$

**Ten en cuenta**

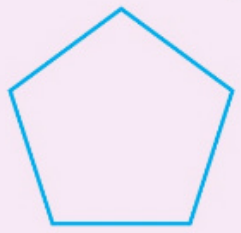
**POLÍGONOS REGULARES**

- Polígono regular de tres lados: Triángulo equilátero

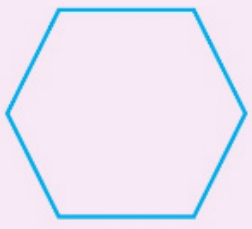


- Polígono regular de cuatro lados: Cuadrado

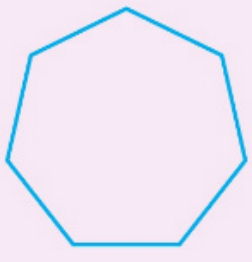
- Polígono regular de cinco lados: Pentágono regular



- Polígono regular de seis lados: Hexágono regular



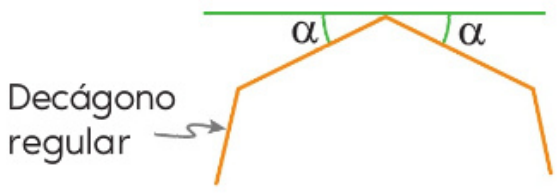
- Polígono regular de siete lados: Heptágono regular



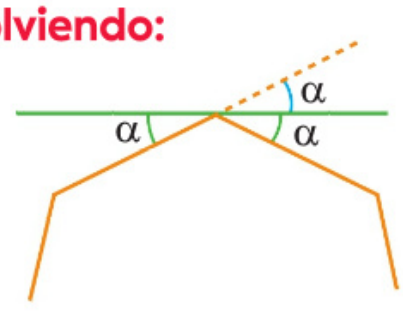
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

### *Ejemplo 2*

En la figura se muestra una parte de un decágono regular. **Determina** el valor de $\alpha$.




**Resolviendo:**




$$2\alpha = \frac{360°}{10°}$$

$$2\alpha = 36°$$

$$\alpha = 18°$$

### *Ejemplo 3*

¿Qué ocurre con el ángulo exterior de un octógono regular cuando el número de sus lados aumenta en uno?

**Resolviendo:**

Si aumenta en 1 el número de lados del octógono, se convierte en un nonágono.

Ángulo exterior del octógono regular:

$$\frac{360°}{8} = 45°$$

Ángulo exterior del nonágono regular:

$$\frac{360°}{9} = 40°$$

$\therefore$ El ángulo exterior disminuye en 5°.

## Nivel básico

**1** **Dibuja** los tres primeros polígonos regulares.

**2** **Completa:**

Un hexágono regular tiene _____ lados,

y su ángulo exterior mide _____

**3** **Completa:**

Un decágono regular tiene _____ lados, y

su ángulo exterior mide _____

**4** **Completa:**

Un nonágono regular tiene _____ lados, y

su ángulo exterior mide _____

**5** **Completa:**

Un dodecágono regular tiene _____ lados,

y su ángulo interior mide _____

## Nivel intermedio

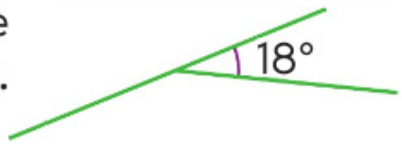
**6** ¿Cómo se denomina el polígono regular cuyo ángulo exterior mide 72°?

**7** ¿Cómo se denomina el polígono regular cuyo ángulo interior mide 140°?

**8** Cuando el número de lados del pentágono regular aumenta en uno, ¿qué ocurre con su ángulo exterior?

**9** Cuando el número de lados del nonágono regular disminuye en uno, ¿qué ocurre con su ángulo interior?

**10** La figura muestra parte de un polígono regular. ¿Cuántos lados tiene?




## Nivel avanzado

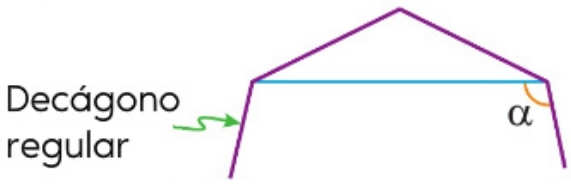
**11** Si el número de lados de un polígono regular aumenta:

I. La medida del ángulo exterior disminuye.

II. La medida del ángulo interior disminuye.

III. La medida del ángulo interior aumenta.

**12** En la figura, **determina** el valor de $\alpha$.




**13** ¿Qué ángulo forman las prolongaciones de los lados AB y DC del octógono regular ABCDEFGH?

**14** ¿Cuál de los siguientes ángulos no puede ser el ángulo exterior de un polígono regular?

A) 24° B) 75° C) 18°

## Tarea

**1** **Dibuja** el hexágono regular con sus diagonales y describe algunas características que te llamen la atención.

**2** **Calcula** la medida del ángulo exterior de los tres primeros polígonos regulares.

**3** **Calcula** la medida del ángulo interior del pentágono y el decágono regulares.

**4** **Calcula** la diferencia entre el ángulo interior y el ángulo exterior de un dodecágono regular.

# La Circunferencia

Triángulos y cuadriláteros

Para guardar sus planos, el arquitecto Bernardo utiliza un tubo de 20 cm de diámetro interior. Para que los planos no estén en contacto con las paredes del tubo piensa forrar su interior con una cartulina, para lo cual recorta una cartulina de la misma longitud del tubo.

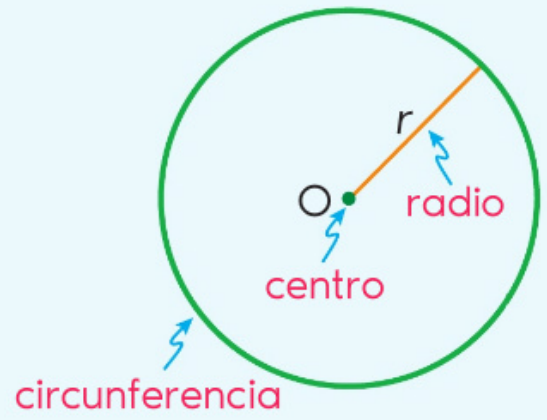
VIDEO DE TEORÍA

**Responde:**

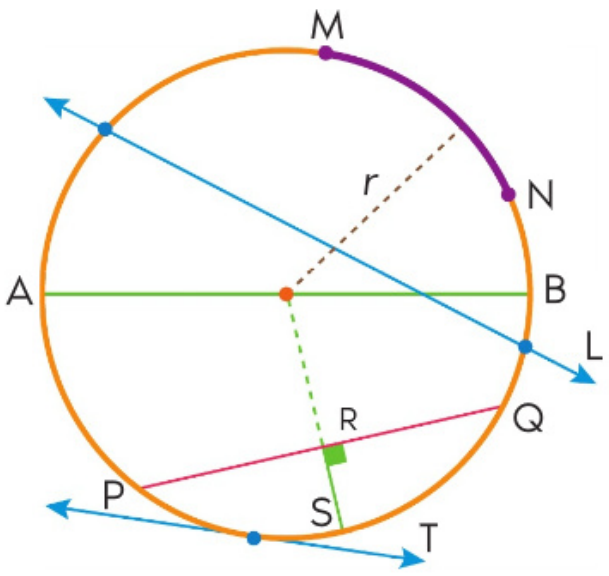
¿Qué ancho debe tener la cartulina? _____

**La circunferencia** es una figura geométrica formada por la unión de todos los puntos del plano que se encuentran a la misma distancia de un punto fijo llamado centro.

La línea que une el centro con cualquier punto de la circunferencia se llama radio.




## Elementos asociados a la circunferencia

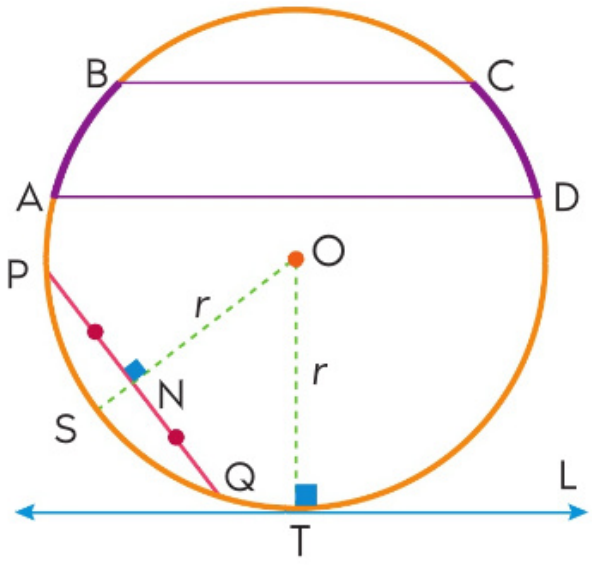



- $\overline{AB}$ : Diámetro

  $AB = 2r$

- $\overline{PQ}$ : Cuerda
- $\overline{RS}$ : Flecha o sagita
- $\overset{\frown}{MN}$ : Arco
- $\overleftrightarrow{L}$ : Recta secante
- $\overleftrightarrow{T}$ : Recta tangente

## Propiedades de la circunferencia




- Cuerdas paralelas determinan arcos congruentes; y viceversa.

  $\overline{AD} \,//\, \overline{BC} \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{CD}$

- Cuerdas de igual longitud determinan arcos congruentes.

  $BC = PQ \Leftrightarrow \overset{\frown}{BC} \cong \overset{\frown}{PQ}$

- Si $\overleftrightarrow{L}$ es tangente $\Rightarrow \overline{OT} \perp \overleftrightarrow{L}$
- Si $\overline{OS} \perp \overline{PQ} \Rightarrow PN = NQ$

### Ten en cuenta

#### El número pi y la longitud de la circunferencia

El número más famoso e importante de la Matemática se llama pi y se simboliza por $\pi$.

Es un número que está en todas partes. Para conocer su valor basta medir la circunferencia de un tarro de leche y dividirla entre su diámetro.

La circunferencia de cualquier objeto circular, por más grande o chico que sea, dividida entre su diámetro siempre nos da el valor del número pi.

En este tarro de leche:

$L = 22$ cm
$D = 2r = 7$ cm
$\Big\} \frac{22}{7} = 3{,}14$

$\frac{L}{2r} = \pi \Rightarrow L = 2\pi r$

L : Longitud de la circunferencia.

$r$ : Radio

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

**Resolviendo:** (Problema introductorio)

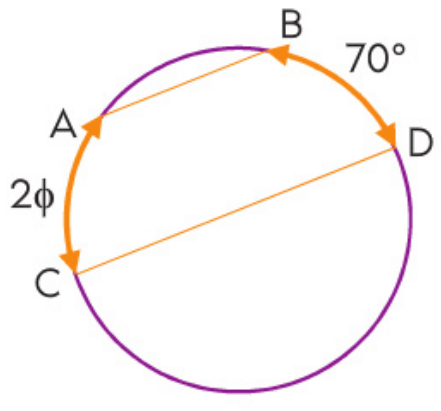
La longitud de la circunferencia dividida entre el diámetro nos da el número pi:

$$\frac{L}{20} = \pi \Rightarrow L = 20\pi = 20\times 3{,}14$$

$$L = 62{,}8 \text{ cm}$$

### *Ejemplo 1*

Si las cuerdas AB y CD son paralelas, **determina** el valor de $\phi$.



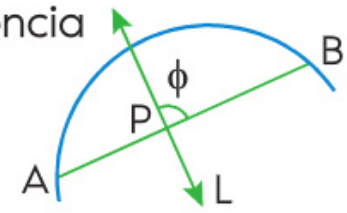

**Resolviendo:**

Cuerdas paralelas determinan arcos congruentes: $2\phi = 70°$

$$\Rightarrow \phi = 35°$$

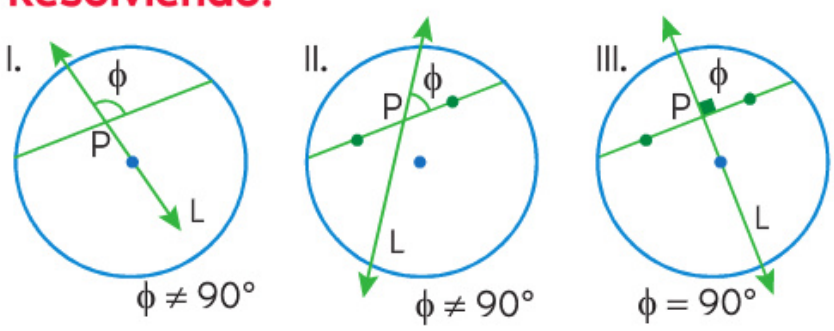
### *Ejemplo 2*

La figura muestra un arco de circunferencia donde $\overline{AB}$ es una cuerda y L una recta cualquiera. Para que $\phi$ sea de 90°:




I. Es necesario que la recta L pase por el centro de la circunferencia.
II. Es necesario que P sea punto medio de la cuerda AB.
III. Es necesario que se cumplan I y II.

**Resolviendo:**

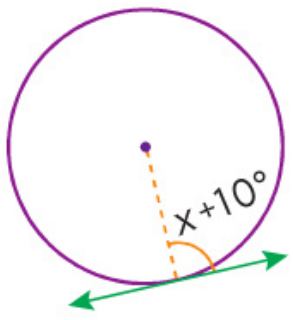



***Rpta:*** Solo III.

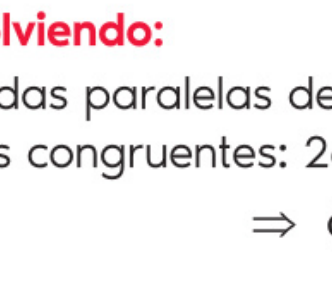
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

## Nivel básico

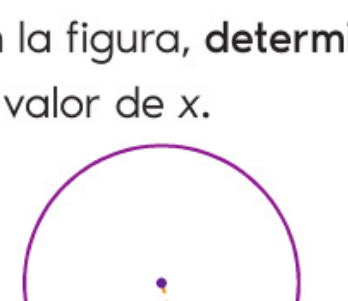
**1** En la figura, **determina** el valor de *x*.




**2** En la figura, AB = 6 cm. **Determina** AN.

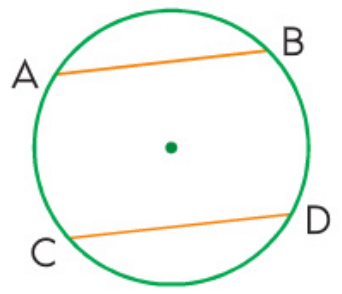



**3** En la figura, AN = NB. **Determina** el valor de *x*.




### Enunciado 1

En la figura, las cuerdas AB y CD son paralelas.




**4** Si AB = 4 cm, entonces podemos asegurar que:

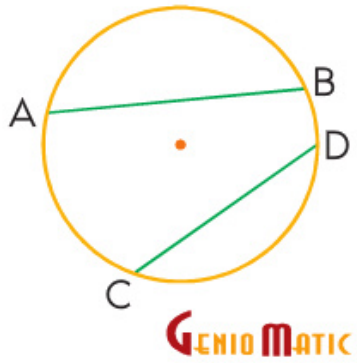
I. CD = 4 cm.
II. Los arcos AB y CD son congruentes.
III. Los arcos AC y BD son congruentes.

**5** Si se traza un diámetro perpendicular a la cuerda AB, entonces:

I. El diámetro también es perpendicular a la cuerda CD.
II. Divide a las dos cuerdas en dos segmentos congruentes.
III. El diámetro queda dividido en tres segmentos congruentes.

### Enunciado 2

En la figura, la cuerda AB es más larga que CD.






Genio Matic

## Nivel intermedio

**6** Respecto a las cuerdas, es cierto que:

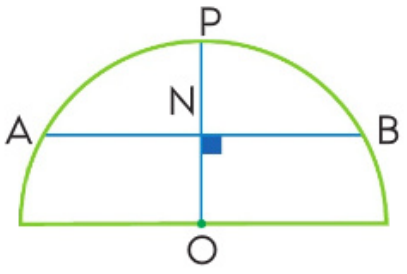
I. AB está más cerca al centro que CD.
II. El arco AB es más largo que el arco CD.
III. El arco AC es más largo que el arco BD.

**7** En la figura:

I. Las cuerdas nunca podrán ser paralelas.
II. Las cuerdas nunca estarán a igual distancia al centro.
III. Los arcos AC y BD nunca serán congruentes.

**Enunciado 3**

La figura es una semicircunferencia de centro O.




**8** Respecto a la figura es cierto:

I. AN = NB  II. ON = NP
III. $\overline{OP}$ mide la mitad del diámetro.

**9** En la figura podemos asegurar que:

I. Si AB = 5 cm ⇒ OP < 5 cm.
II. Si N es punto medio de $\overline{OP}$ entonces AB mide la mitad del diámetro.
III. Los arcos AP y PB son congruentes.

**10** En la figura podemos asegurar que:

I. ON nunca será más largo que NP.
II. Si AN = 6 cm ⇒ AB = 12 cm.
III. AB y OP nunca podrán ser iguales.

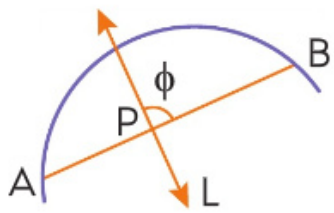
## Nivel avanzado

**11** La cuerda AB es paralela a la recta tangente L en el punto T, entonces es cierto que:

I. Los arcos AT y BT son congruentes.
II. El radio que va al punto de tangencia es perpendicular a la cuerda.
III. La cuerda es paralela al diámetro.

**Enunciado 4**

La figura muestra un arco de circunferencia donde $\overline{AB}$ es una cuerda y L una recta cualquiera.




**12** Si $\phi = 90°$, entonces:

I. L pasa por el centro de la circunferencia.
II. P es punto medio de la cuerda AB.
III. L interseca a la circunferencia en dos puntos.

**13** Para asegurar que P sea punto medio de la cuerda AB:

I. $\overleftrightarrow{L}$ debe pasar por el centro de la circunferencia.
II. $\overleftrightarrow{L}$ debe ser perpendicular a $\overline{AB}$.
III. Se deben cumplir I y II.

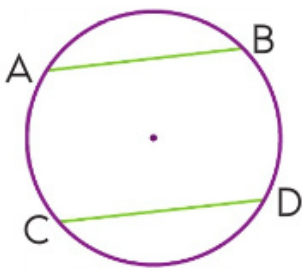
**14** Si L pasa por el centro de la circunferencia, entonces:

I. $\phi = 90°$
II. Si AB = 12 cm y PB = 6 cm, entonces $\phi = 90°$
III. Si $\phi = 90°$, entonces AP = PB.

## Tarea

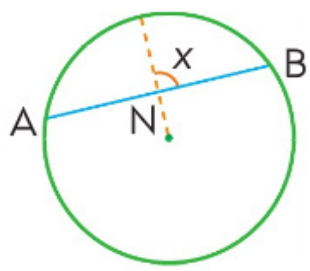
**1** **Calcula** la longitud de una circunferencia de 10 cm de radio.

**2** En la figura, si los arcos AB y CD son congruentes, entonces las cuerdas AB y CD son:




**3** **Calcula** la longitud de una circunferencia de 12 cm de diámetro.

**4** En la figura, AN = 5 cm y AB = 10 cm. **Determina** el valor de *x*.




Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

# Reforzando - Unidad 4

**1** El polígono de 5 lados se llama:

A) Heptágono B) Pentágono
C) Hexágono D) Cincógono

**2** El decágono es un polígono de:

A) 20 lados B) 15 lados
C) 10 lados D) 8 lados

**3** En todo polígono, el número de lados es igual al:

A) Número de vértices.
B) Número de diagonales.
C) Número de ángulos exteriores.
D) A y C.

**4** Si desde el vértice de un hexágono se trazan todas las diagonales posibles, entonces el polígono queda dividido en:

A) 3 triángulos B) 4 triángulos
C) 5 triángulos D) 6 triángulos

**5** Si el número de lados de un polígono aumenta, el número de diagonales:

I. Aumenta II. Disminuye III. No varía

A) Solo I B) Solo II
C) Solo III D) Ninguno

**6** Si el número de lados de un polígono regular aumenta, el ángulo exterior:

I. Aumenta II. Disminuye III. No varía

A) Solo I B) Solo II
C) Solo III D) Ninguno

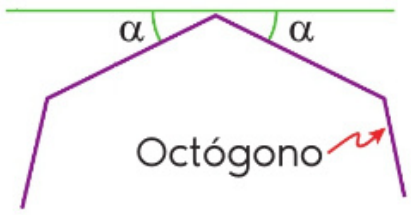
**7** Cuando el número de lados del octógono regular aumenta en uno, el ángulo interior:

A) Aumenta en 5° B) Aumenta en 6°
C) Disminuye en 5° D) Disminuye en 6°

**8** En la figura se muestra una parte de un octógono regular. Determina el valor de $\alpha$.

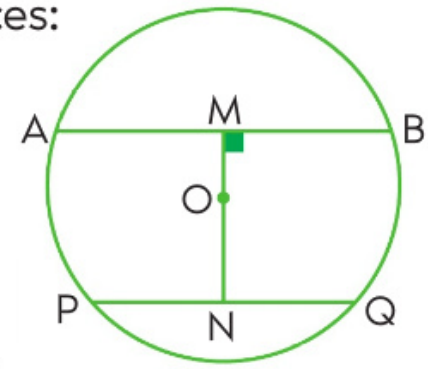
## Olimpiadas nacionales e internacionales

A) 45°
B) 25°
C) 22,5°
D) 23°



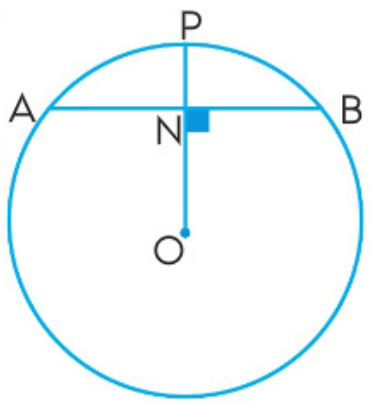

**9** Si OM < ON, entonces:

A) AB > PQ
B) AB < PQ
C) AB = PQ
D) No se puede afirmar ninguno.



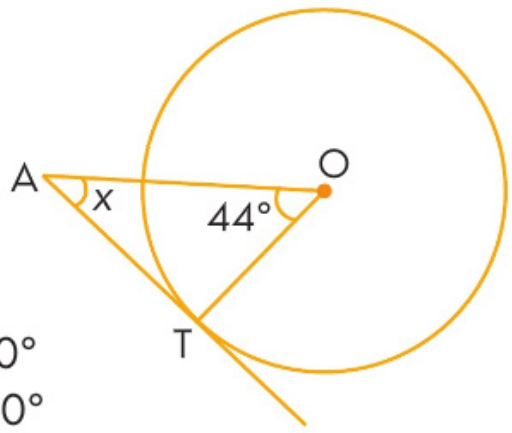

**10** Si AN = 12 cm, ¿cuánto mide $\overline{AB}$?

A) 24 cm
B) 18 cm
C) 23 cm
D) 22 cm



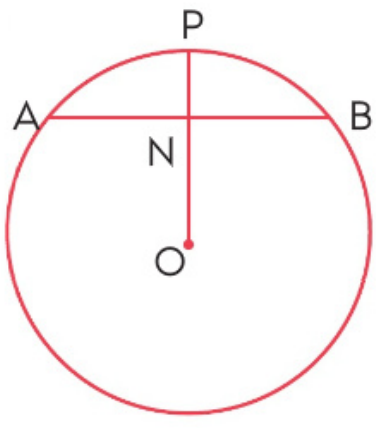

**11** En la figura, T es punto de tangencia. Determina el valor de x.

A) 60° B) 70°
C) 90° D) 80°



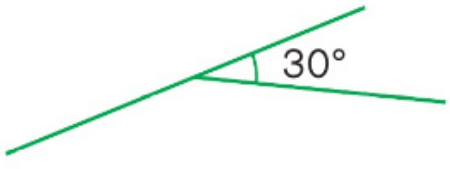

**12** Si AN = NB, ¿cuánto mide el ángulo ONB?

A) 60°
B) 70°
C) 90°
D) 80°

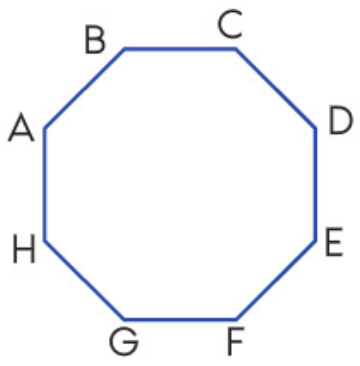



**13** La figura muestra parte de un polígono regular. ¿Cuántos lados tiene?

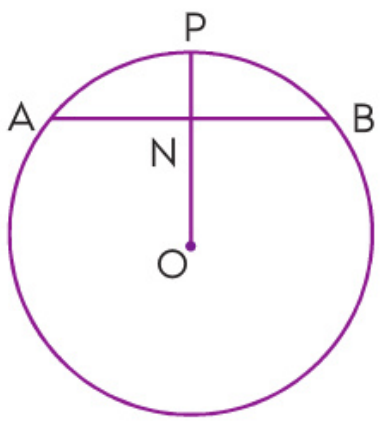
A) 10
B) 11
C) 12
D) 15



**14** Desde el vértice A, traza todas las diagonales que se puedan.

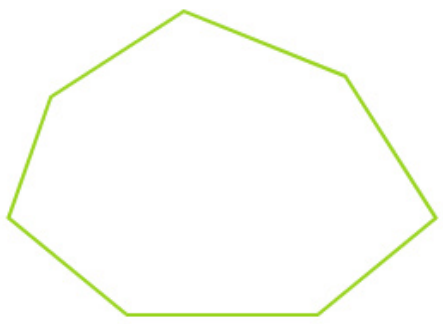



**15** Si AB = 10 cm, ¿cuánto mide $\overline{NB}$?

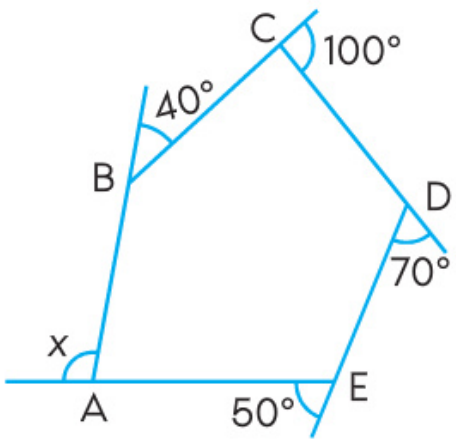



**16** Si desde el vértice de un decágono se trazan todas las diagonales posibles, ¿en cuántos triángulos queda dividido el polígono?

**17** Traza todas las diagonales del polígono mostrado.

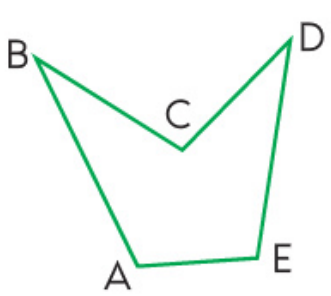


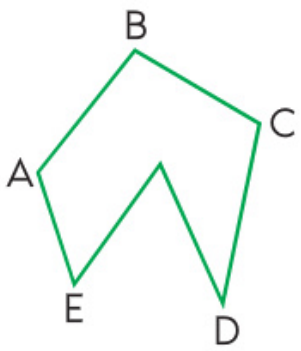
**18** Calcula el valor de x.



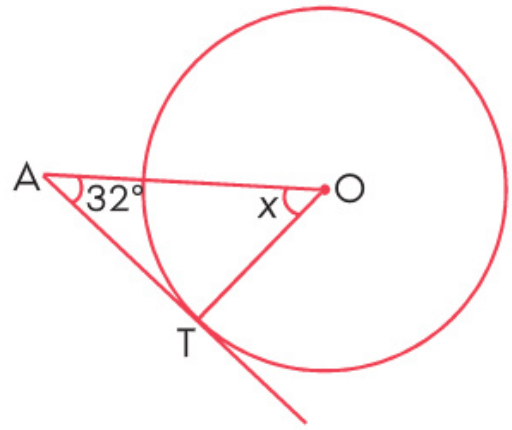

**19** ¿Cómo se denomina el polígono desde uno de cuyos vértices se pueden trazar 7 diagonales?

**20** Nombra los polígonos y calcula la suma de las medidas de sus ángulos interiores.

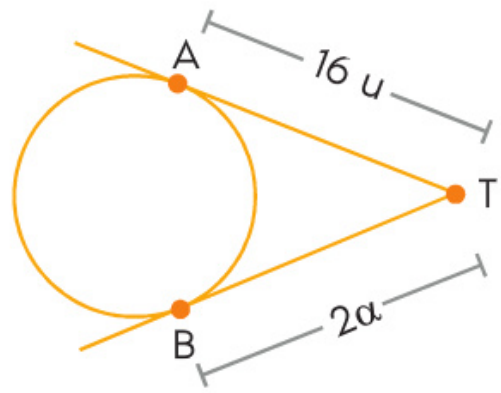


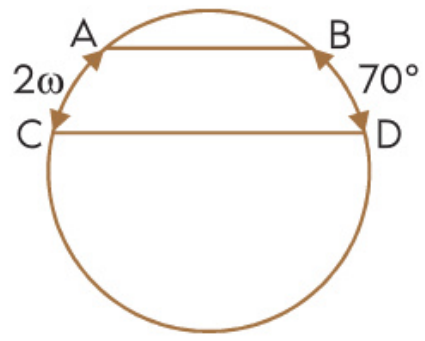

**21** En la figura, T es punto de tangencia. Determina el valor de x.



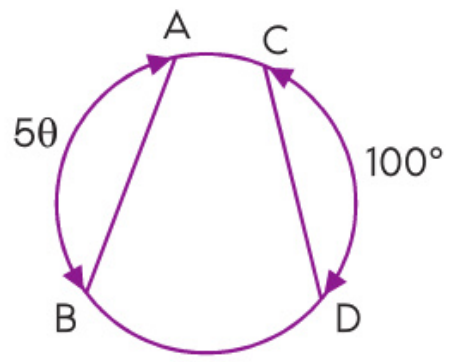

**22** Calcula α si A y B son puntos de tangencia.



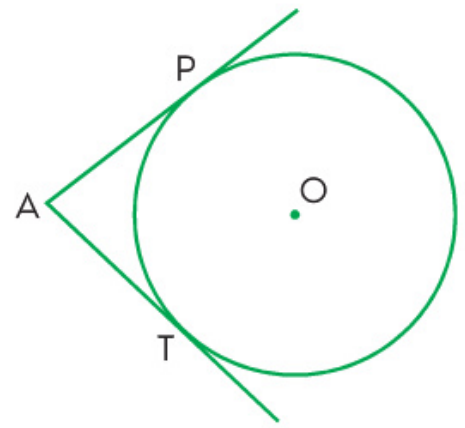

**23** Calcula ω, si $\overline{AB}$ // $\overline{CD}$.



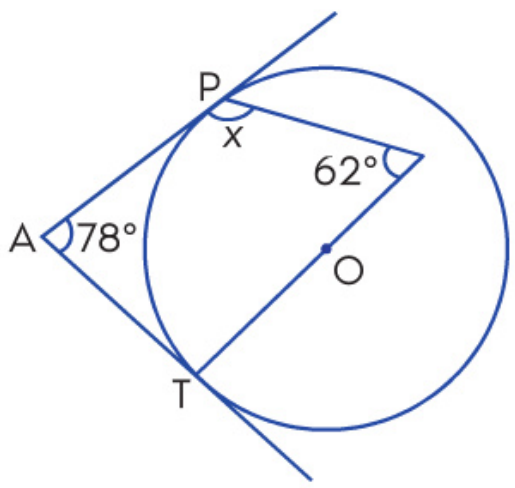

**24** Calcula θ, si AB = CD.




**25** Determina la longitud de AP, si AT = 12 cm.

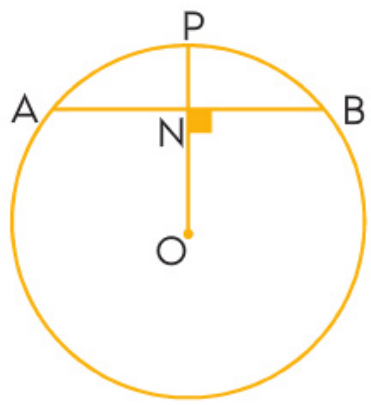



**26** En la figura, T es punto de tangencia y O, centro de la circunferencia. Determina el valor de *x*.



# Autoevaluación

**1** Si NB = 7 cm, ¿cuánto mide $\overline{AB}$?

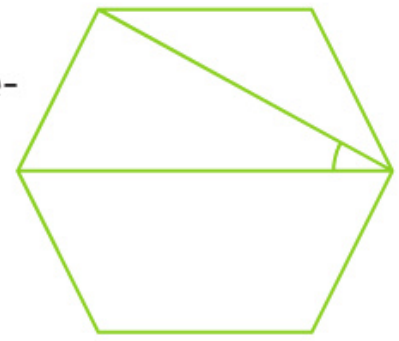



**2** ¿Cómo se denomina el polígono desde uno de cuyos vértices se pueden trazar 5 diagonales?

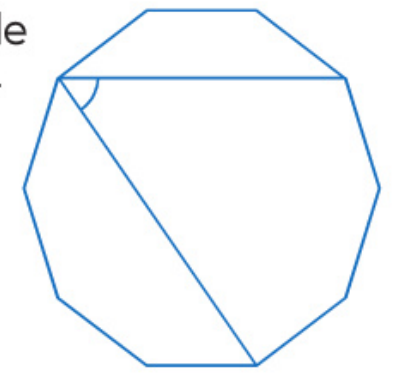
**3** Si el número de lados de un hexágono regular aumenta en dos, ¿qué ocurre con su ángulo exterior?

**4** ¿Cuántas diagonales tiene un heptágono?

**5** La figura corresponde a un hexágono regular. ¿Cuánto mide el ángulo señalado?



**6** La figura corresponde a un decágono regular. ¿Cuánto mide el ángulo señalado?



La circunferencia

# Ángulos en la circunferencia

En el borde de una plaza circular de toros, hay un reflector prendido que gira en la oscuridad alumbrando las paredes de la plaza. En 2 segundos barre un ángulo de 40°.

VIDEO DE TEORÍA

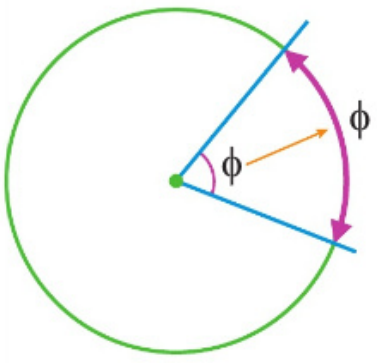
**Responde:**

¿Qué arco recorre en 2 segundos la luz del reflector en la pared de la plaza? _____

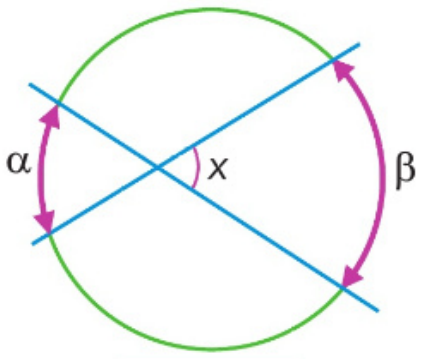
El arco de una circunferencia es un fragmento de ella comprendido entre dos puntos. Su curvatura se mide en unidades angulares y su longitud, en unidades de longitud.

Aquí veremos su relación con los ángulos que se forman.

### Ángulo central

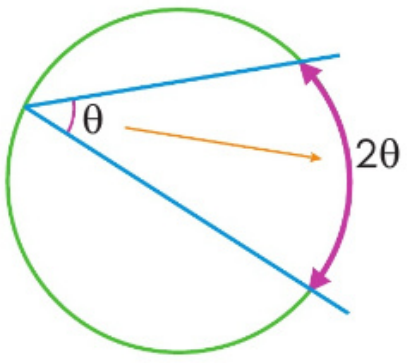



### Ángulo interior

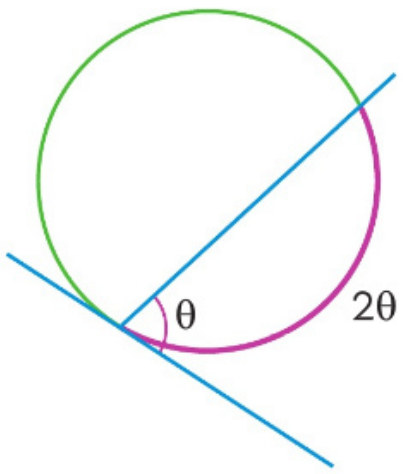



$$x = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

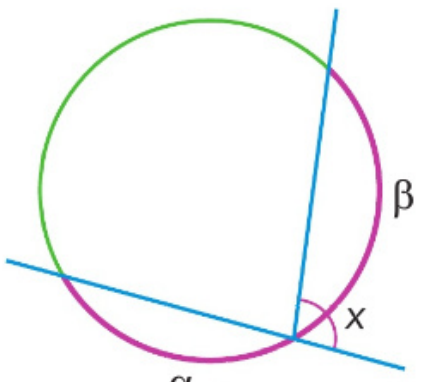
### Ángulo inscrito




### Ángulo semiinscrito

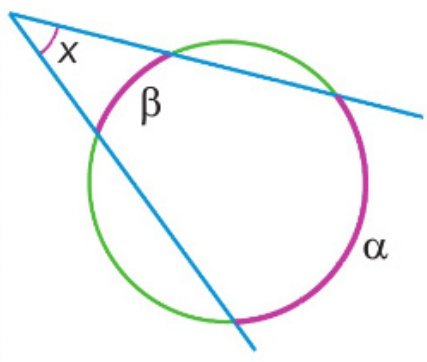



### Ángulo exinscrito



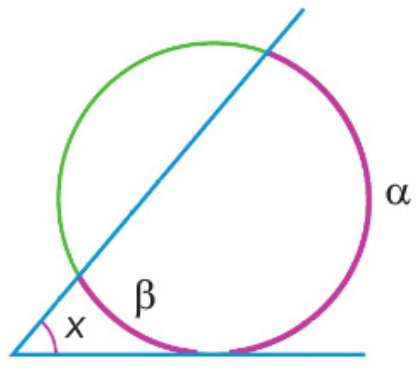

$$x = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

### Ángulo exterior 2 secantes



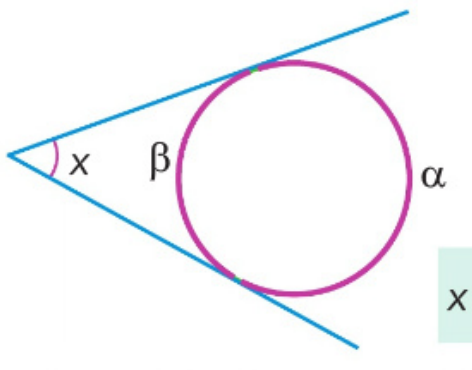

$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

### Ángulo exterior secante y tangente




$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

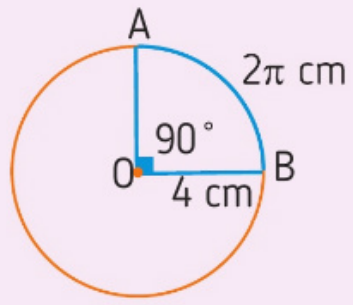
### Ángulo exterior 2 tangentes




$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

## Ten en cuenta

### Medición del arco de circunferencia



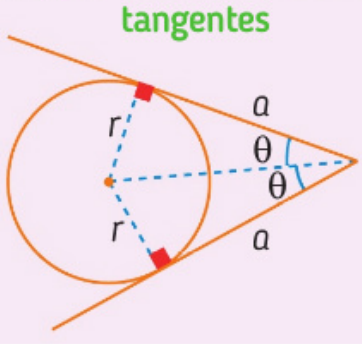

La longitud del arco de circunferencia se mide en unidades de longitud, mientras que su curvatura se mide en unidades angulares.

La longitud de la circunferencia es $2\pi(4) = 8\pi$ cm, la longitud del arco AB es la cuarta parte, es decir mide $2\pi$ cm.

La curvatura del arco AB mide 90°, por ser la cuarta parte de toda la vuelta (360°).

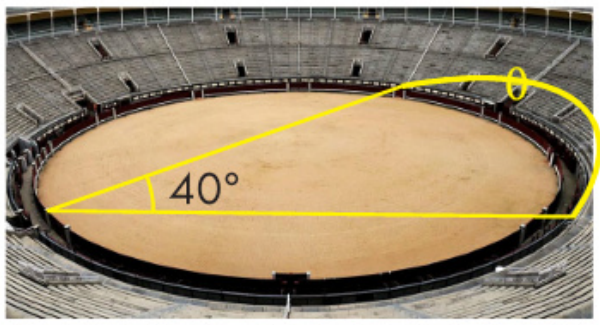
En este capítulo vamos a tratar la medida de la curvatura de los arcos de una circunferencia y su relación con los ángulos que se forman en ella.

### Ángulo formado por las tangentes




Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

**Resolviendo:** (Problema introductorio)

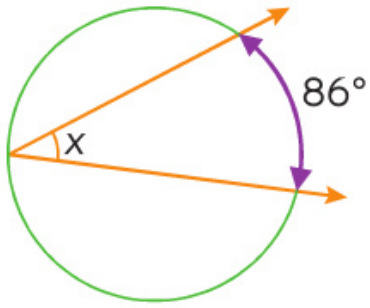



- $\theta = 2(40°)$

  $\theta = 80°$

***Ejemplo 1***

En la figura, **determina** el valor de $x$.

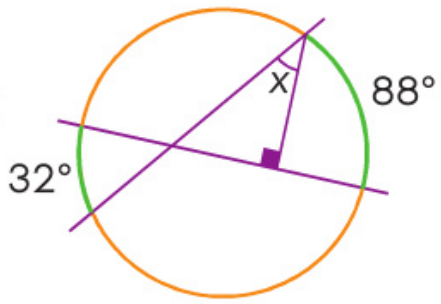



**Resolviendo:**

$2x = 86° \Rightarrow x = 43°$

***Ejemplo 2***

En la figura, **determina** el valor de $x$.



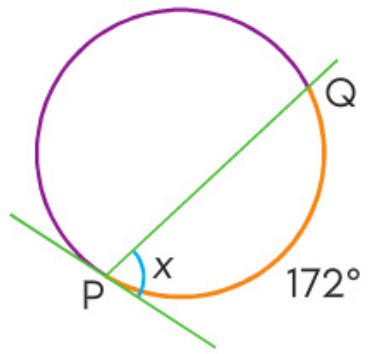

**Resolviendo:**

$$90° - x = \frac{88° + 32°}{2}$$

$$90° - x = \frac{120°}{2} \Rightarrow 90° - x = 60° \Rightarrow x = 30°$$

***Ejemplo 3***

En la figura, **calcula** el valor de $x$.



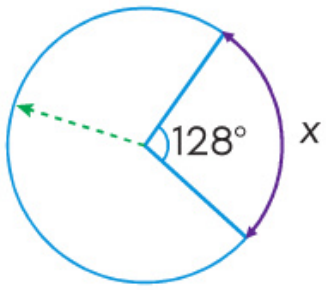

**Resolviendo:**

Ángulo semiinscrito:

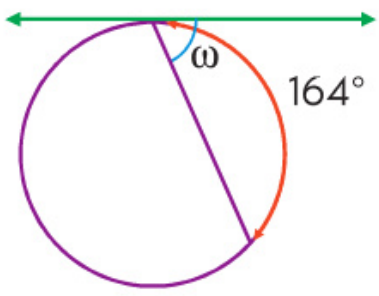
$2x = 172° \Rightarrow x = 86°$

## Nivel básico

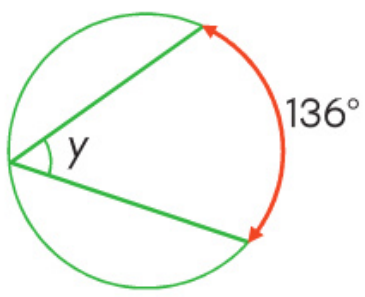
**1** En la figura, **calcula** el valor de $x$.



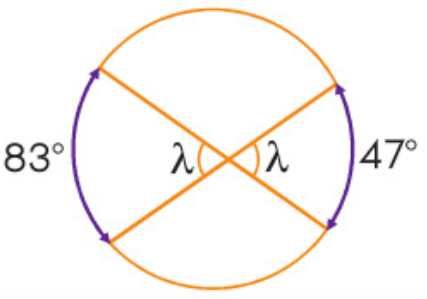

**3** En la figura, **calcula** el valor de $\omega$.




**2** En la figura, **calcula** el valor de $y$.




**4** En la figura, **calcula** el valor de $\lambda$.

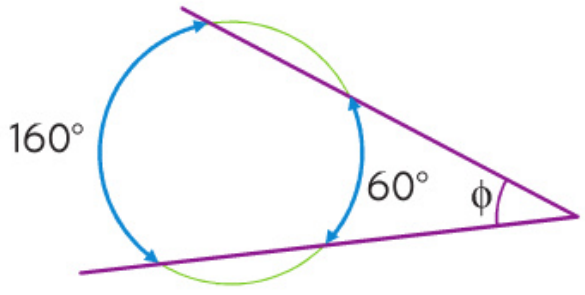






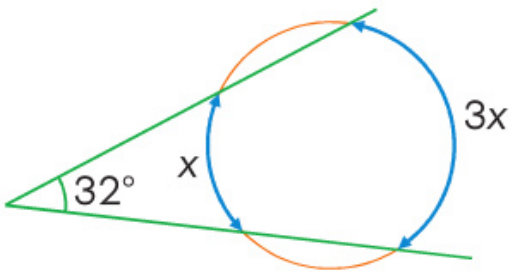

GENIO MATIC

**5** En la figura, **calcula** el valor de $\phi$.

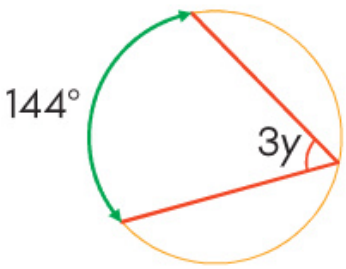



## Nivel intermedio

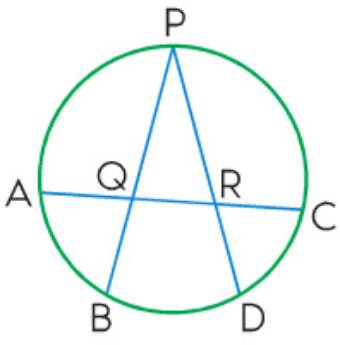
**6** En la figura, **calcula** el valor de $x$.



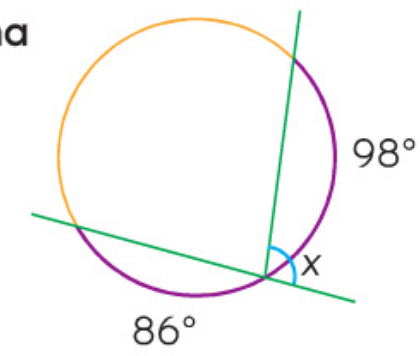

**7** En la figura, **calcula** el valor de $y$.



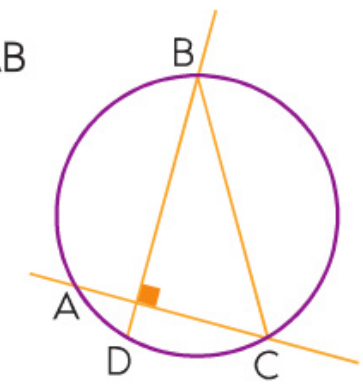

**8** En la figura, los ángulos AQB y CRD miden 86° y 78°, respectivamente. ¿Cuánto mide el arco BD?




**9** En la figura, **determina** el valor de $x$.



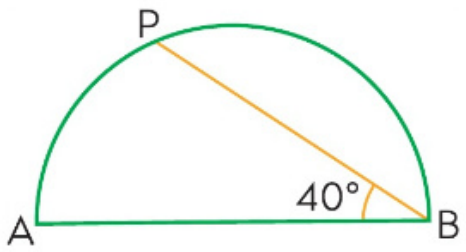

**10** En la figura, el arco AB mide 116°. ¿Cuánto mide el arco DC?



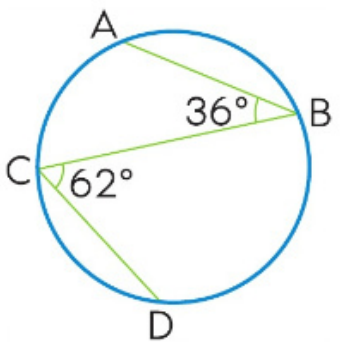

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

## Nivel avanzado

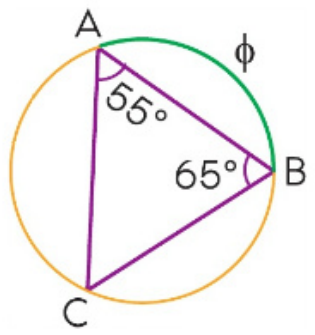
**11** En la figura, AB es diámetro de la semicircunferencia. ¿Cuánto mide el arco PB?



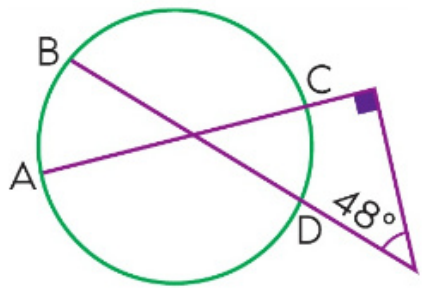

**12** Si AB = CD, ¿cuánto mide el arco AB?




**13** En la figura, ¿cuánto mide el arco AB?

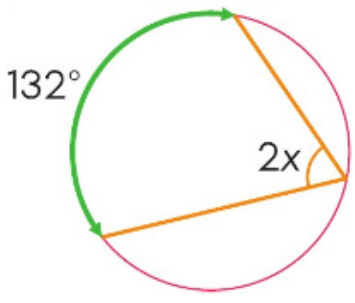



**14** En la figura, el arco AB mide 56°. ¿Cuánto mide el arco CD?

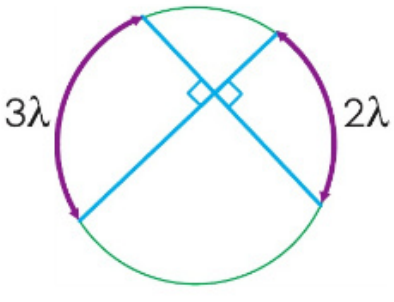



## Tarea

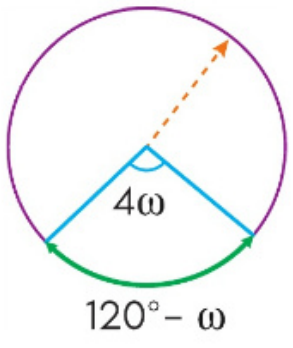
**1** En la figura, **calcula** el valor de $x$.



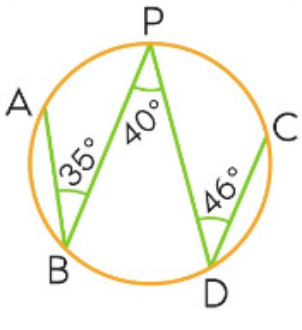

**2** En la figura, **calcula** el valor de $\lambda$.




**3** En la figura, **calcula** el valor de $\omega$.




**4** En la figura, AB = CD. ¿Cuánto mide el arco CD?






GENIOMATIC

Segmentos

# Unidades de longitud

Ricardo plantó un árbol que a los dos meses ya había alcanzado 36 cm de altura. Al llegar al año tenía una altura de 3 m. Ricardo cree que en los últimos 10 meses la planta tuvo un crecimiento constante.

VIDEO DE TEORÍA

**Responde:**

¿Cuál fue el ritmo de crecimiento del árbol, en mm, por mes? _____

**La unidad de longitud es el metro,** con sus múltiplos y submúltiplos.

El metro es parte del Sistema Internacional de Unidades y proviene del Sistema Métrico Decimal. Por esta razón los múltiplos y submúltiplos se forman de 10 en 10.

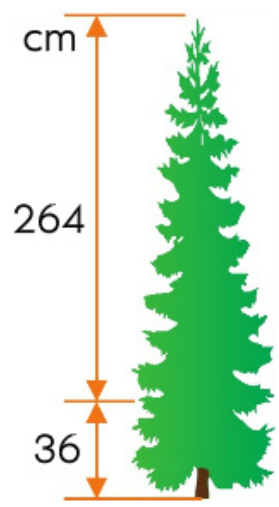
## Múltiplos y submúltiplos del metro

| Unidad | MÚLTIPLOS (Mayores que el metro) | | | |
|---|---|---|---|---|
| m | dam | hm | km | Mm |
| 1 | 10 m | 100 m | 1 000 m | 10 000 m |
| metro | decámetro | hectómetro | kilómetro | miriámetro |

| SUBMÚLTIPLOS (Menores que el metro) | | | Unidad |
|---|---|---|---|
| mm | cm | dm | m |
| 0,001 m | 0,01 m | 0,1 m | 1 |
| milímetro | centímetro | decímetro | metro |

**Resolviendo:** (Problema introductorio)

- 3 m = 300 cm
- En 10 meses creció: 300 – 36 = 264 cm
- Cada mes creció: 264÷10 = 26,4 cm
- En mm: 26,4×10 = 264 mm




### *Ejemplo 1*

Con una wincha mido en metros y centímetros:

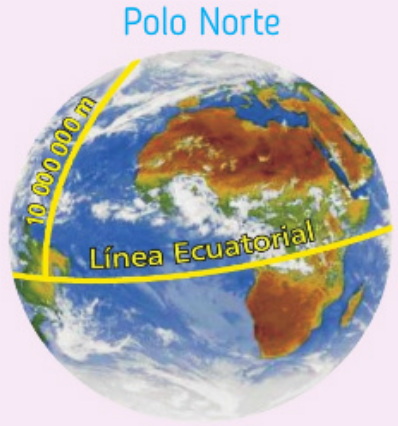
| | Metros | Centímetros |
|---|---|---|
| Largo de mi libro | | |
| Largo de la pizarra | | |
| Largo del salón | | |

**Ten en cuenta**

**Distancia del polo norte a la línea ecuatorial**

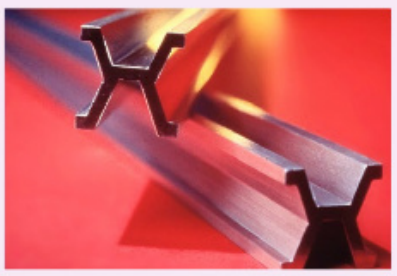
En 1791, la Academia Francesa de Ciencias creó el metro dividiendo en 10 millones de partes la distancia desde el Polo Norte a la Línea Ecuatorial Terrestre.

Por esta razón, un cuadrante terrestre mide aproximadamente 10 millones de metros y toda la circunferencia de la Tierra, 40 millones de metros.




**Metro Patrón**

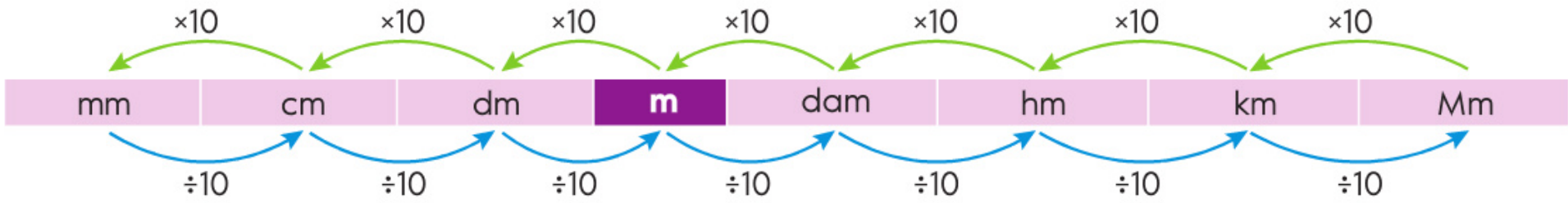
El metro patrón está hecho de platino e iridio y se guarda en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas (Francia).



Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

## Conversión de unidades

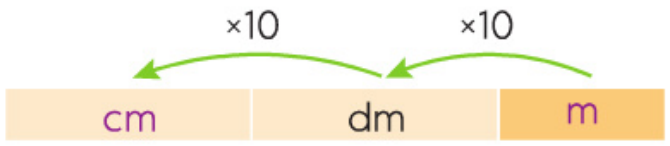
Para convertir de una unidad a otra podemos utilizar el siguiente esquema:




### *Ejemplo 2*

**Convierte** 45 m a cm.

**Resolviendo:**



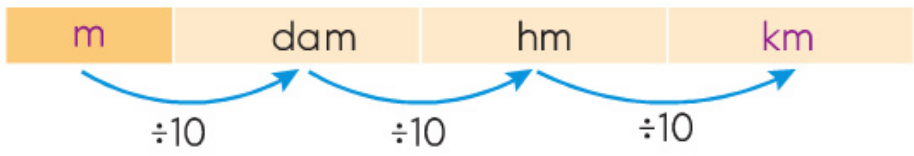

45 m = 45×10×10 = 45×100 = 4 500 cm

∴ 45 m = 4 500 cm

### *Ejemplo 3*

**Convierte** 3500 m a km.

**Resolviendo:**




3500 m = 3500÷1000 = 3,5 km

∴ 3500 m = 3,5 km

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

### Nivel básico

**1** **Convierte** a metros las siguientes longitudes:

| | 200 cm | 5 dm | 0,2 dam | 2 km |
|---|---|---|---|---|
| En m | | | | |

**2** **Califica** las proposiciones como verdadera (V) o como falsa (F).

Se mide en unidades de longitud:

I. La cantidad de agua que corre por el río. ( )

II. La altura de un árbol. ( )

III. El largo de un pez. ( )

**3** **Relaciona** con su equivalente:

a) 1500 m — 1. 1500 cm

b) 15 m — 2. 15 dam

c) 150 m — 3. 1,5 km

**4** ¿Cuántas de las siguientes longitudes es mayor que 800 m?

a) 1 km  b) 200 hm  c) 1000 dam

**5** Para 50 m a 25 dm le faltan:

I. 47,5 m  II. 475 dm  III. 4750 cm

### Nivel intermedio

**6** En los recuadros escribe el signo <, > o igual, según corresponda:

a) 15 m ☐ 600 cm

b) 500 dm ☐ 5 m

c) 600 cm ☐ 0,6 dam

**7** **Completa:**

a) 20 m equivalen a _____ cm.

b) 5 dam es mayor que 30 m en _____ hm.

c) 2 km + 500 dam = _____ m.

**8** Un árbol crece a razón de 25 dm por año. ¿Cuántos metros crece en 5 años?



GENIOMATIC

**9** La estatura de Carlos es 1,25 m y la de Miguel, 136 cm. ¿Cuál es la diferencia de estaturas, en milímetros?

**10** Un edificio tiene 20 pisos. ¿Cuál es la altura, de este edificio, en metros si cada piso mide 45 dm?

## Nivel avanzado

**11** Se colocan planchas de triplay de 8 mm de espesor una sobre otra. ¿Qué altura, en metros, alcanzan 50 planchas?

**12** Fernando ha comprado un terreno. Para cercarlo necesita construir un muro de 1,2 km. Si tres de los lados miden 0,3 km, 45 hm y 250 m, ¿cuántos metros mide el cuarto lado?

**13** Una avenida consta de 20 cuadras separadas por calles de 20 m de ancho. Doce cuadras miden 1,2 hm cada una y 8 cuadras miden 0,13 km cada uno. **Determina** la longitud de la avenida.

**14** Si la velocidad de la luz es 300 000 km por segundo, ¿cuánto tarda en llegar a la Tierra la luz del Sol, si éste se encuentra a 15 000 000 Mm?

## Tarea

**1** **Convierte** a metros las siguientes longitudes:

| | 200 cm | 5 dm | 0,2 dam | 2 km |
|---|---|---|---|---|
| En m | | | | |

**2** **Menciona** tres ejemplos de objetos que se miden en unidades de longitud.

**3** **Dibuja** un rectángulo de 6 cm de largo por 28 mm de ancho.

**4** ¿Cuánto tarda en llegar la luz del Sol a la superficie de Marte, distante 228 000 Mm del Sol? La luz viaja a la velocidad de 300 000 km por segundo.

# Unidades de superficie

Unidades de longitud

La mobiliaria "Los Álamos" ha lotizado un terreno rectangular de 1,5 hm de largo por 1,2 hm de ancho, en lotes de 9 m de frente por 20 m de fondo.

Ha planeado vender el metro cuadrado de terreno en 80 soles.

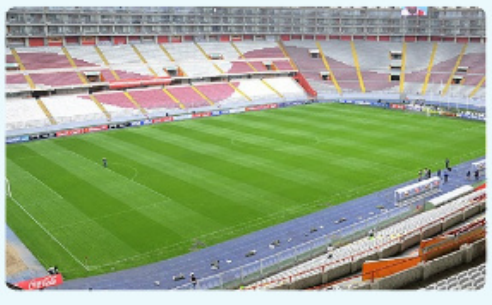
VIDEO DE TEORÍA

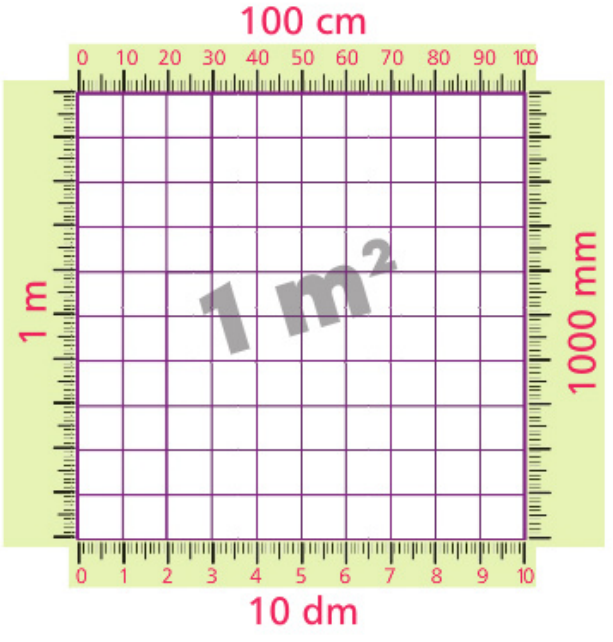
**Responde:**

¿Cuántos lotes dispone y a cuánto va a vender cada lote? _____

**La unidad de superficie** es el metro cuadrado, con sus múltiplos y submúltiplos.

El metro cuadrado es un cuadrado de 1 metro de lado y sirve para medir la extensión de superficies, como los terrenos de cultivo, las paredes, la losa deportiva, etc.






## Múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado

| Unidad | MÚLTIPLOS (Mayores que el metro cuadrado) | | | |
|---|---|---|---|---|
| $m^2$ | $dam^2$ | $hm^2$ | $km^2$ | $Mm^2$ |
| 1 | 100 $m^2$ | 10 000 $m^2$ | 1 000 000 $m^2$ | 100 000 000 $m^2$ |
| metro cuadrado | decámetro cuadrado | hectómetro cuadrado | kilómetro cuadrado | miriámetro cuadrado |

| SUBMÚLTIPLOS (Menores que el metro cuadrado) | | | Unidad |
|---|---|---|---|
| $mm^2$ | $cm^2$ | $dm^2$ | $m^2$ |
| 0,000001 $m^2$ | 0,0001 $m^2$ | 0,01 $m^2$ | 1 |
| milímetro cuadrado | centímetro cuadrado | decímetro cuadrado | metro cuadrado |

**Resolviendo:** (Problema introductorio)

- Largo: 1,5 hm = 150 m.
  Ancho: 1,2 hm = 120 m.
  } Área: 150×120 = 18000 $m^2$
- Área de cada lote: 9×20 = 180 $m^2$
- Número de lotes: 18000÷180 = 100
- Precio de cada lote: 180×80 = 14 400

***Ejemplo 1***

**Mide** en metros y centímetros cuadrados:

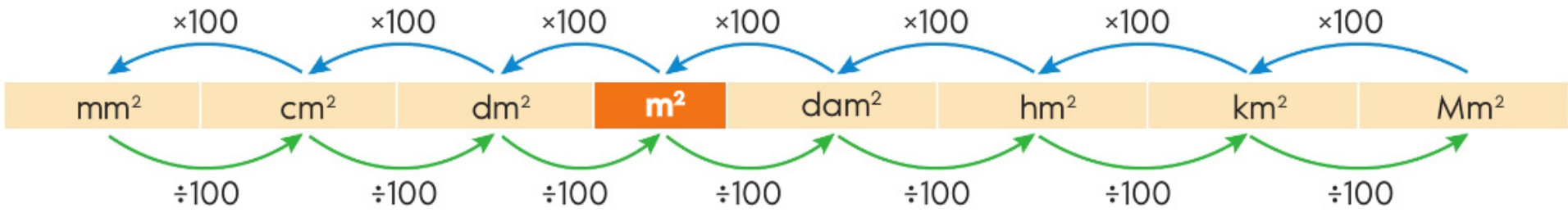
| Área de mi libro | |
|---|---|
| $m^2$ | $cm^2$ |
| | |

| Área de la pizarra | |
|---|---|
| $m^2$ | $cm^2$ |
| | |

| Área del piso del salón | |
|---|---|
| $m^2$ | $cm^2$ |
| | |

## Conversión de unidades

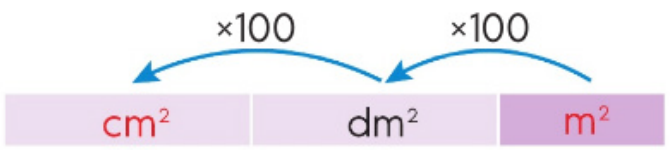
Para convertir de una unidad a otra podemos utilizar el siguiente esquema:




### *Ejemplo 2*

**Convierte** 6 $m^2$ a $cm^2$.

**Resolviendo:**



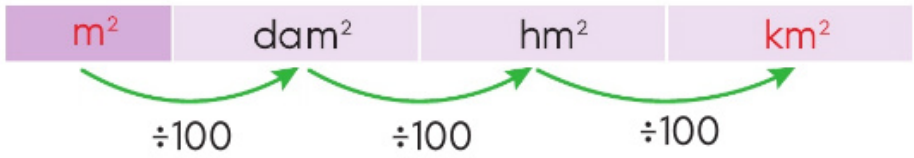

$6\ m^2 = 6 \times 100 \times 100 = 6 \times 100^2 = 60\ 000\ cm^2$

$\therefore\ 6\ m^2 = 60\ 000\ cm^2$

### *Ejemplo 3*

**Convierte** 48 000 $m^2$ a $km^2$.

**Resolviendo:**




$48\ 000\ m^2 = 48\ 000 \div 1\ 000\ 000 = 0{,}048\ km^2$

$\therefore\ 48\ 000\ m^2 = 0{,}048\ km^2$

### Nivel básico

**1** **Convierte** a metros las siguientes medidas:

| | 100 $cm^2$ | 1 $dam^2$ | 0,003 ha | 0,02 $km^2$ |
|---|---|---|---|---|
| En $m^2$ | | | | |

**2** **Califica** las proposiciones como verdadera (V) o como falsa (F).

Se mide en unidades de superficie.

I. La capacidad de un estadio de fútbol. ( )

II. La extensión de un terreno. ( )

III. El tamaño de una loseta. ( )

**3** **Menciona** tres ejemplos de objetos que poseen superficie.

**4** **Recomienda** las unidades de superficie para medir:

a) La superficie de la pizarra. ☐

b) El área de la canchita de fulbito. ☐

c) La superficie de tu región. ☐

**5** ¿Cuántas de las siguientes medidas es mayor que 600 $m^2$?

a) 0,07 $km^2$ b) 3 $ha^2$ c) 0,05 $hm^2$

### Nivel intermedio

**6** En los recuadros escribe el signo <, > o igual, según corresponda:

a) 3 $m^2$ ☐ 8000 $cm^2$

b) 800 $dm^2$ ☐ 2 $m^2$

a) 2 000 $cm^2$ ☐ 0,4 $dam^2$

**7** **Completa:**

a) 0,6 $m^2$ es equivale a _____ $cm^2$.

b) 2 $m^2$ es mayor que 2000 $dm^2$ en _____ $dam^2$.

a) 0,02 $km^2$ + 600 $dam^2$ = _____ $m^2$.

**8** **Relaciona** con su equivalente:

| | |
|---|---|
| a) 12000 $m^2$ | 1. 1200 $cm^2$ |
| b) 1,2 $m^2$ | 2. 120 $dm^2$ |
| a) 0,12 $m^2$ | 3. 0,012 $km^2$ |

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

**9** ¿En cuántos $hm^2$ debe aumentar 6500 $dam^2$ para igualar a 0,3 $km^2$?

**10** Una lámina de fierro de 6 m de largo por 40 cm de ancho se corta en cuadrados de 4 $dm^2$. ¿Cuántos pedazos se obtiene?

## Nivel avanzado

**11** El papel tamaño A4 mide 21 cm de ancho por 297 mm de largo. ¿Cuál es su área, en $dm^2$?

**12** ¿Cuánto cuestan 3 hectáreas de terreno a 15 soles el $dam^2$?

**13** Una tela muy fina vale 120 soles el $dm^2$. Jorge compró 3 m de esta tela con un ancho de 40 cm. ¿Cuánto le costó?

**14** El metro cuadrado de una gigantografía cuesta 12 soles. Un aviso publicitario se ha diseñado en un rectángulo de 18 cm de largo por 120 mm de ancho. Si el diseño está a una escala de 1 en 100, ¿cuánto costaría la impresión de la gigantografía?

## Tarea

**1** **Convierte** a metros las siguientes medidas:

| | 600 $cm^2$ | 2 $dam^2$ | 0,02 ha | 0,04 $km^2$ |
|---|---|---|---|---|
| En $m^2$ | | | | |

**2** **Menciona** tres ejemplos de objetos que poseen superficie.

**3** En un lugar donde el metro cuadrado de terreno está 12 soles, ¿cuánto cuesta la hectárea?

**4** Jacinto tiene un terreno de 2 kilómetros cuadrados. ¿Cuántas hectáreas tiene?





GENIOMATIC

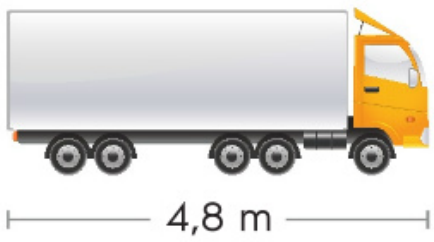
# Reforzando - Unidad 5

**1** Aníbal debe recorrer 240 m. Si ya recorrió 12 dam, ¿cuántos metros le falta recorrer?

A) 120 m  B) 60 m
C) 140 m  D) 228 m

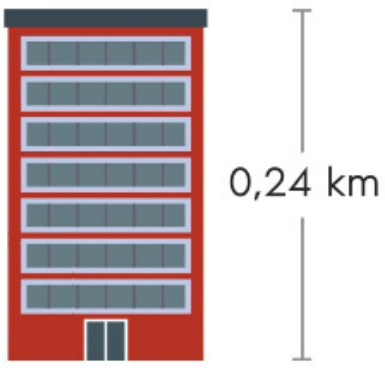
**2** Calcula la longitud del camión, en cm.

A) 48 cm
B) 0,48 cm
C) 480 cm
D) 4800 cm



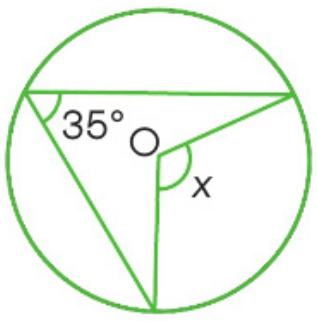

**3** Calcula la altura del edificio, en hm.

A) 2,4 hm
B) 24 hm
C) 240 hm
D) 0,024 hm.



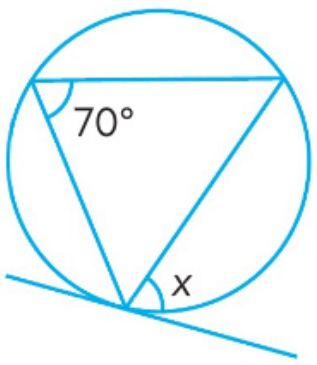

**4** Calcula *x*.

A) 35°
B) 70°
C) 105°
D) 80°



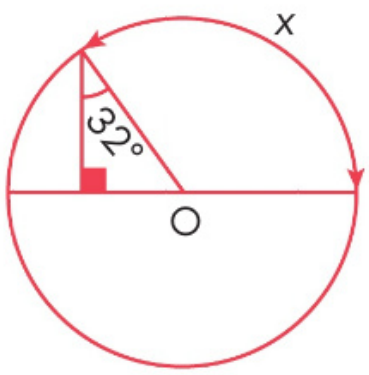

**5** Calcula *x*.

A) 70°
B) 35°
C) 110°
D) 105°



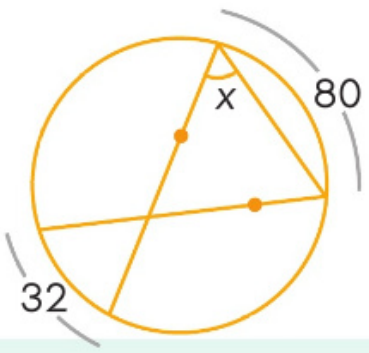

**6** Calcula *x*.

A) 132°
B) 122°
C) 112°
D) 58°




**7** Calcula *x*.

A) 56°
B) 62°
C) 63°
D) 64°



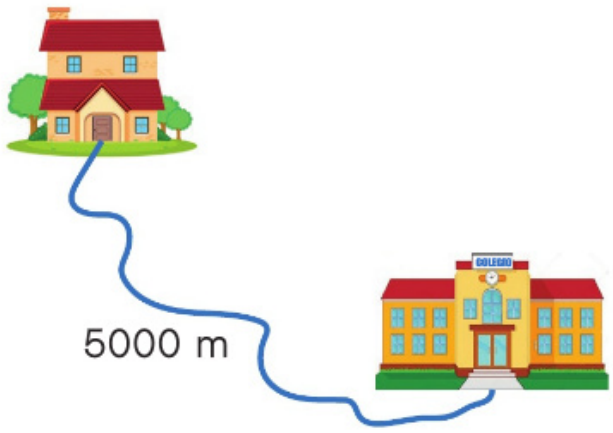

## Olimpiadas nacionales e internacionales

**8** Calcula la longitud de la soga, en dam.

A) 6000 dam
B) 60 dam
C) 6 dam
D) 0,6 dam

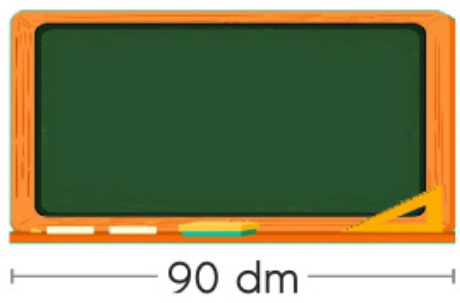
**9** Calcula la distancia de la casa a la escuela, en km.

A) 50 km
B) 500 km
C) 0,5 km
D) 5 km



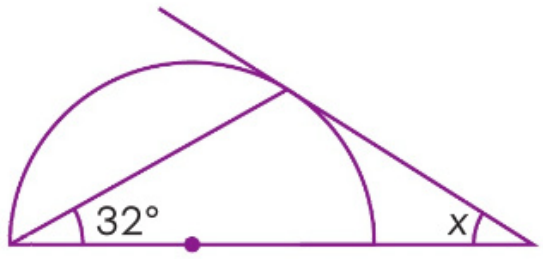

**10** Calcula la longitud de la pizarra, en m.

A) 9 m
B) 900 m
C) 0,9 m
D) 0,09 m



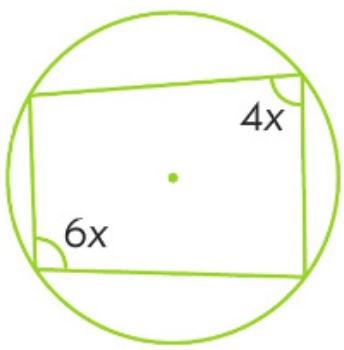

**11** Calcula *x*.

A) 35°
B) 70°
C) 105°
D) 80°



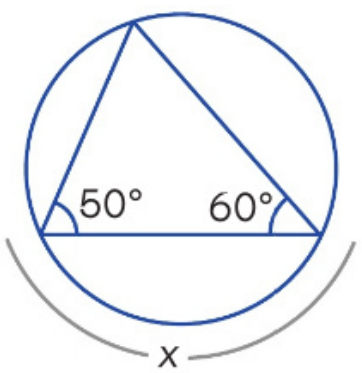

**12** Calcula *x*.

A) 35°
B) 70°
C) 105°
D) 80°

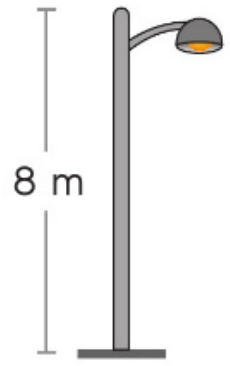



**13** Calcula *x*.

A) 35°
B) 70°
C) 105°
D) 80°



**14** Calcula la altura del poste, en cm.




**15** Haz corresponder con su equivalente:

| | | |
|---|---|---|
| 0,24 m | • | • 240 mm |
| 2,4 dm | • | • 24 dm |
| 2,4 m | • | • 24 cm |

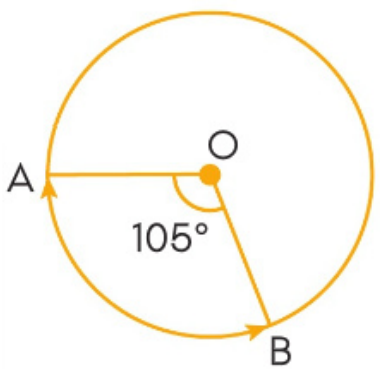
**16** Calcula, en metros, una distancia que mide 0,05 km + 12 hm + 130 m.

**17** Calcula, en mm, una distancia que mide 0,07 m + 10 dm + 150 cm.

**18** Calcula, en dm, una distancia que mide 0,005 km + 0,06 hm + 1,2 m.

**19** Calcula, en cm, una distancia que mide 0,003 hm + 0,02 dam + 1,5 m.

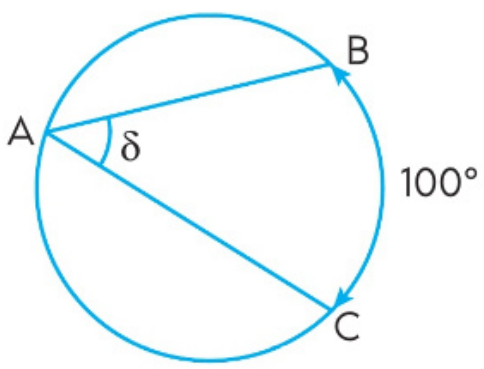
**20** Calcula la $m\widehat{AB}$, si O es centro.



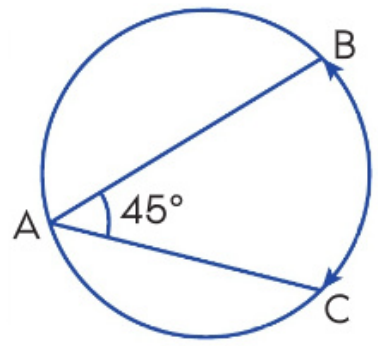

**21** Calcula β, si O es centro.



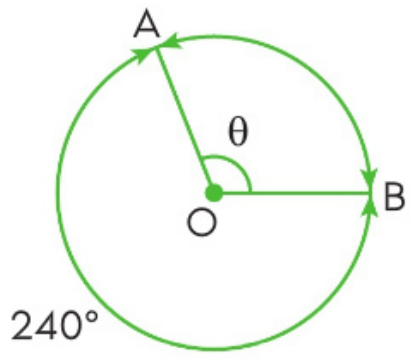

**22** Calcula δ.



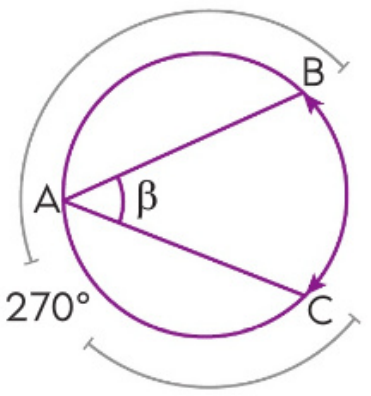

**23** Calcula la $m\widehat{BC}$.



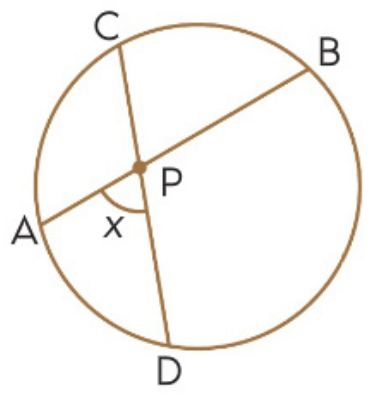

**24** Calcula θ, si O es centro.




**25** Calcula β.



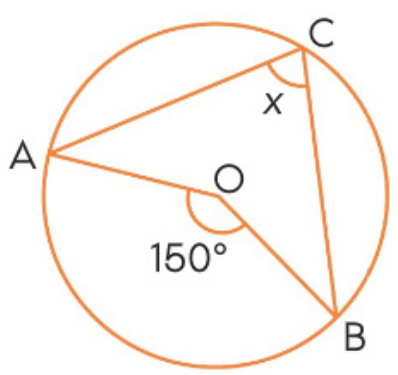

**26** Si el arco AC = 86° y el arco BD mide 144°, ¿cuánto mide el ángulo APD?




**27** El ángulo ADC de la figura mide 64° y el ángulo APC mide 34°. ¿Cuánto mide el arco BD?




**28** ¿Cuál es la medida del ángulo ACB de la figura?



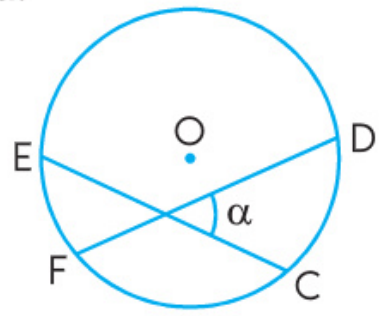
# Autoevaluación

**1** Calcula, en m, una distancia que mide 0,012 km + 0,07 hm + 1,2 dam.

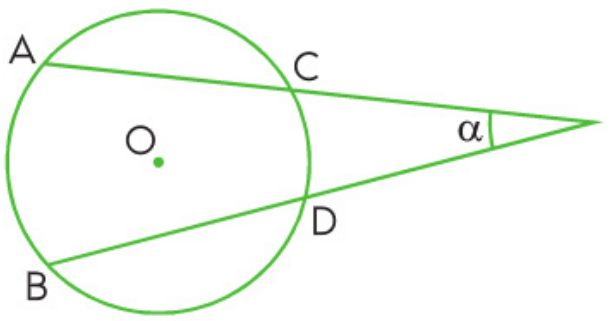
**2** El diámetro de una rueda de bicicleta es 60 cm. ¿Qué distancia recorre la bicicleta con cada vuelta de la rueda?

**3** Los centros de la circunferencia $C_1$ de radio $r_1 = 2$ cm; y $C_2$, de radio $r_2 = 4$ cm, se encuentran a una distancia de 2 cm. Dibuja las circunferencias.

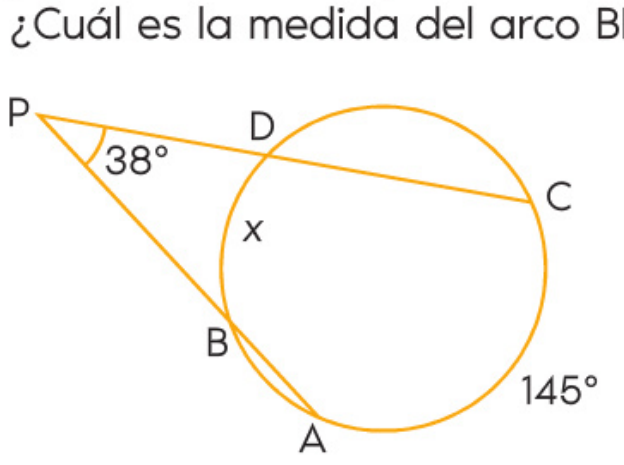
**4** En la circunferencia de la figura, el ángulo $\alpha = 48°$ y el arco EF = 70°, entonces el arco CD es igual a:




**5** En la figura, $\alpha = 26$ y CD = 36. ¿Cuánto mide el arco AB?




**6** El ángulo APC mide 38° y el arco AC mide 145°. ¿Cuál es la medida del arco BD?



Triángulos y unidades de área

# Área de regiones triangulares

En uno de los lados más largos de un campo de fútbol de 60 m de largo por 40 m de ancho, hay un reflector que durante la noche se mueve periódicamente para alumbrar de extremo a extremo el lado opuesto del campo.

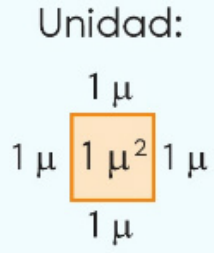
VIDEO DE TEORÍA

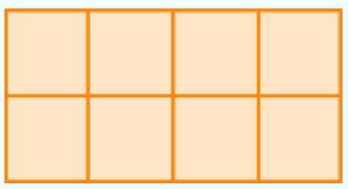
**Responde:**

¿Qué área del estadio cubre la luz del reflector? _____

**El área** es la medida de una superficie. La **unidad** de área es un **metro cuadrado** y el número de estos metros cuadrados que caben en una superficie es el área de esta.

Unidad:

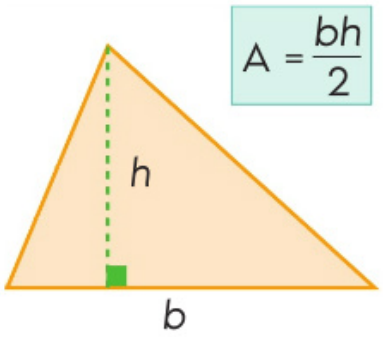



## Área de regiones triangulares

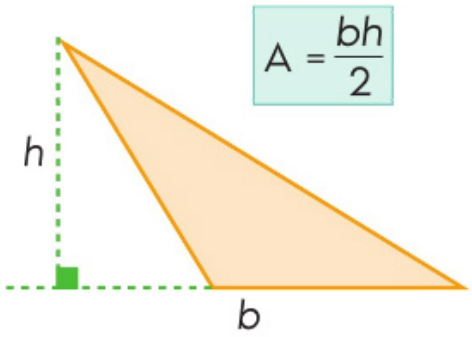
### Triángulo acutángulo

$A = \frac{bh}{2}$



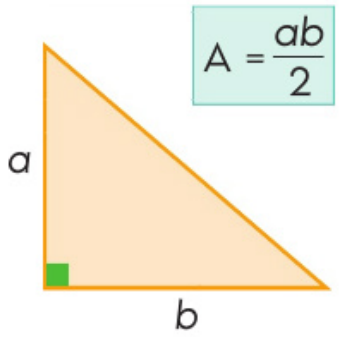

### Triángulo obtusángulo

$A = \frac{bh}{2}$

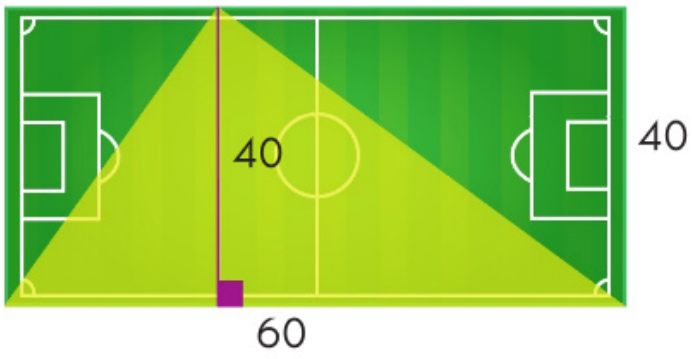



### Triángulo rectángulo

$A = \frac{ab}{2}$




**Resolviendo:** (Problema introductorio)

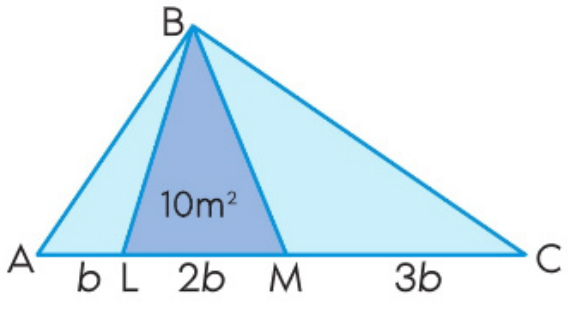



Área de la región triangular:

$$A = \frac{60 \times 40}{2} = \frac{2400}{2} = 1200\ m^2$$

***Ejemplo 1***

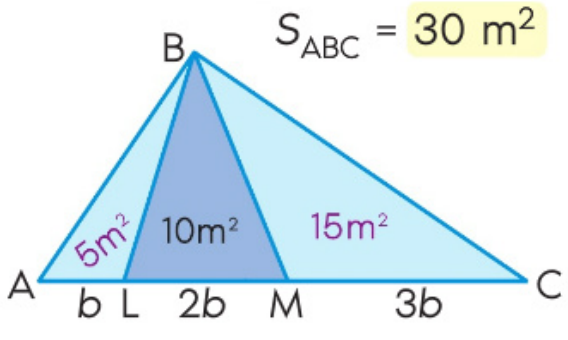
En la figura, **calcula** el área de la región triangular ABC.




**Resolviendo:**

$S_{ABC} = 5 + 10 + 15$

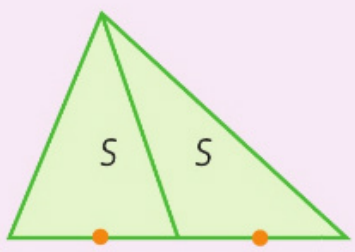
$S_{ABC} = 30\ m^2$



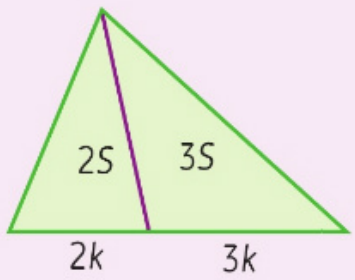

## Ten en cuenta

### Relación de áreas

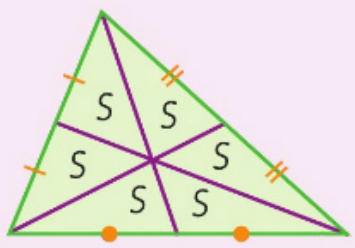
1.



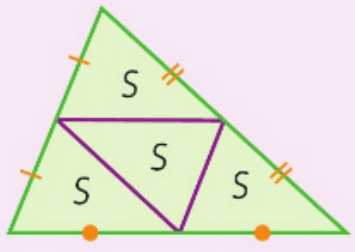

2.



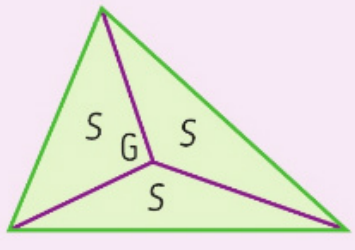

3.




4.



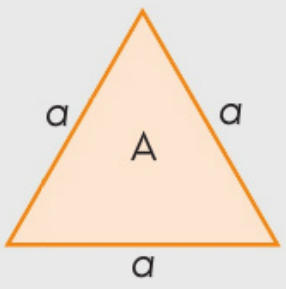

5.




G: Intersección de medianas

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

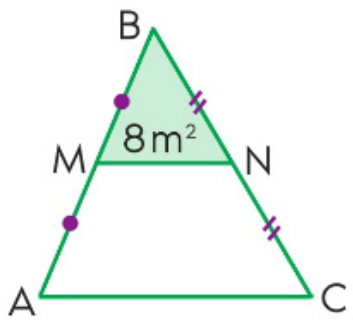
## Área del triángulo equilátero




$$A = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

### *Ejemplo 2*

En la figura, **calcula** el área de la región cuadrangular.

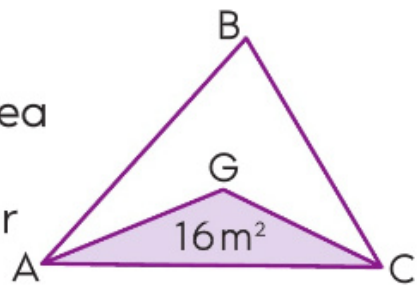



**Resolviendo:**

$S_{AMNC} = 3(8) \Rightarrow S_{AMNC} = 24\ m^2$

### *Ejemplo 3*

En la figura, **calcula** el área de la región cuadrangular ABCG.



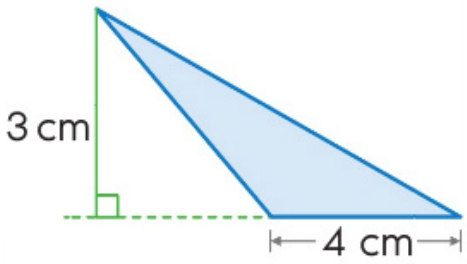

G: intersección de medianas.

**Resolviendo:**

$S_{ABCG} = 2(16) \Rightarrow S_{ABCG} = 32\ m^2$

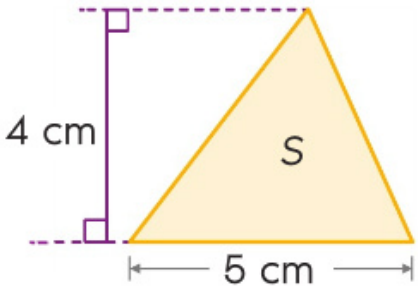
## Nivel básico

**1** **Calcula** el área de la región triangular mostrada.

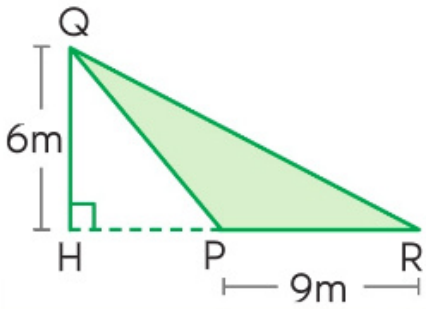



**2** **Calcula** el área de la región de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 11 cm y 12 cm.

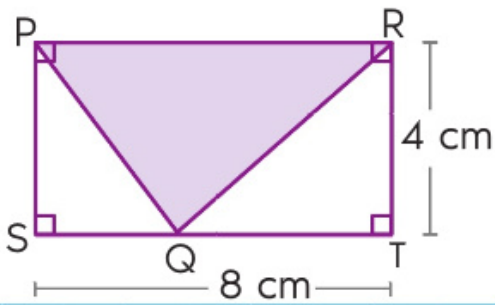
**3** **Calcula** el área de la región triangular mostrada.




**4** **Calcula** el área de la región triangular PQR.




**5** **Calcula** el área de la región triangular PQR.

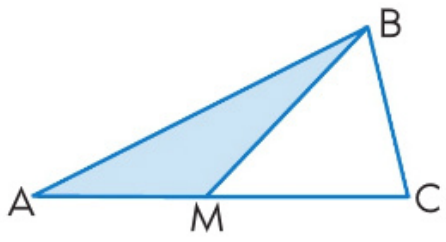



## Nivel intermedio

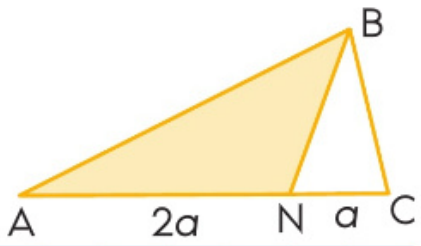
**6** **Calcula** el área de la región de un triángulo equilátero cuyo lado mide 10 cm.

**7** En la figura, M es punto medio. El área del triángulo ABC es 18 $cm^2$.

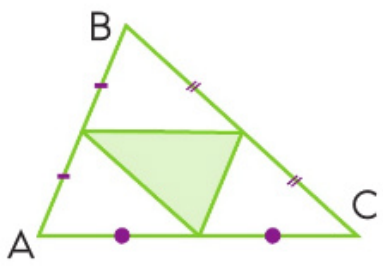
**Calcula** el área del triángulo ABM.




**8** En la figura, el área del triángulo NBC es 9 $cm^2$. **Calcula** el área del triángulo ABN.

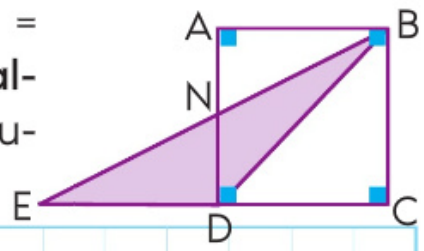



**9** En la figura, el área de la región MNP es 9 $cm^2$. **Calcula** el área del triángulo ABC.

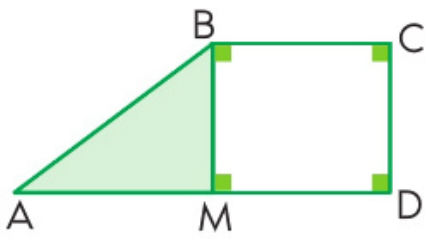



## Nivel avanzado

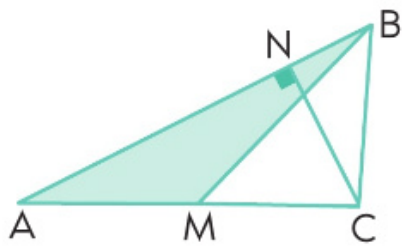
**10** En la figura, N y D son puntos medios. Si AN = 2 cm y AB = 3 cm, **calcula** el área del triángulo EBD.




**11** En la figura, M es punto medio de $\overline{AD}$. BC = 4 cm y CD = 3 cm. **Calcula** el área del triángulo ABM.

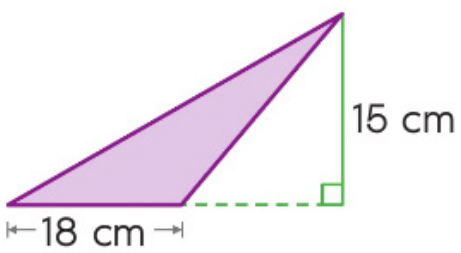



**12** En la figura, M es punto medio de $\overline{AC}$. AB = 18 cm y NC = 5 cm. **Calcula** el área del triángulo ABM.



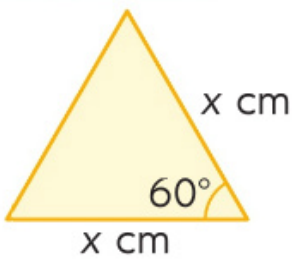

## Tarea

**1** **Calcula** el área de la región triangular mostrada.

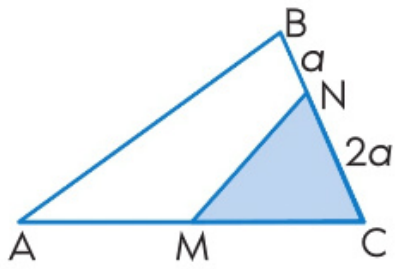



**2** **Calcula** el área de la región de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa y uno de cuyos catetos miden 17 m y 15 m, respectivamente.

**3** En la figura, el área de la región sombreada es igual a $4\sqrt{3}$ $cm^2$. **Calcula** el valor de x.




**4** En la figura, M es punto medio. El área del triángulo MNC es 12 $cm^2$. **Calcula** el área del triángulo ABC.








GENIOMATIC

# Área de regiones cuadrangulares

Área de regiones triangulares

Matías ha comprado un lote de terreno rectangular por 12 800 soles, en un barrio donde el precio del terreno cuesta a 80 soles el metro cuadrado. El ancho del lote mide 8 metros.

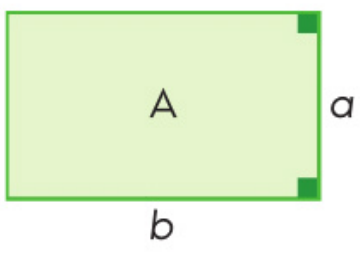
VIDEO DE TEORÍA

**Responde:**

¿Cuánto mide el largo del terreno? _____

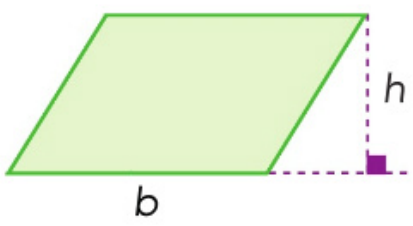
En este capítulo vamos a trabajar con el área de regiones limitadas por paralelogramos y trapecios.

### Rectángulo



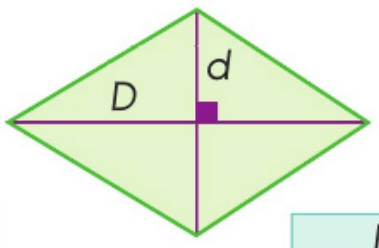

$A = ab$

### Romboide o paralelogramo



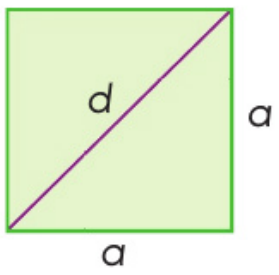

$A = bh$

### Rombo



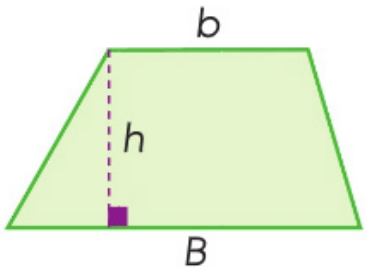

$A = \frac{Dd}{2}$

### Cuadrado



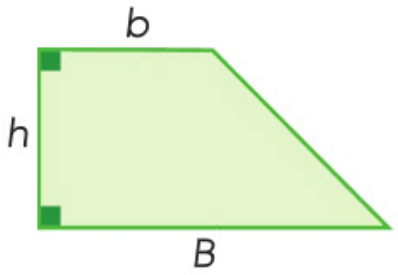

$A = a^2$ $\quad A = \frac{d^2}{2}$

### Trapecio




$A = \frac{(B + b)h}{2}$

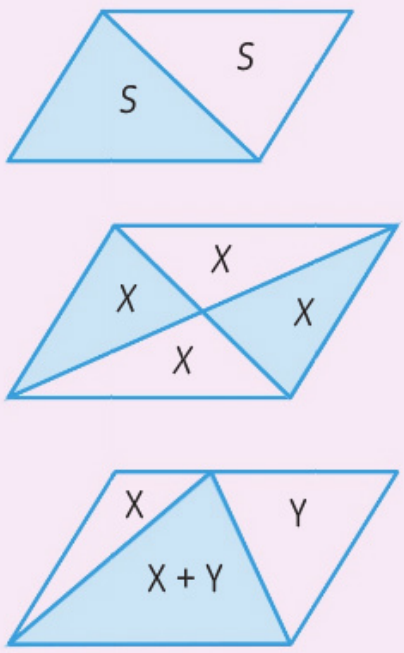
### Trapecio rectángulo




$A = \frac{(B + b)h}{2}$

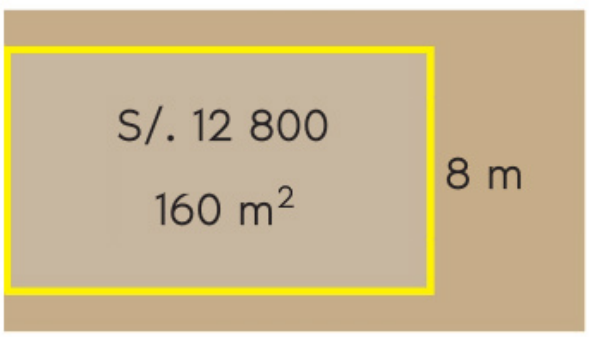
**Ten en cuenta**

**Regiones en un paralelogramo**




Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

**Resolviendo:** (Problema introductorio)

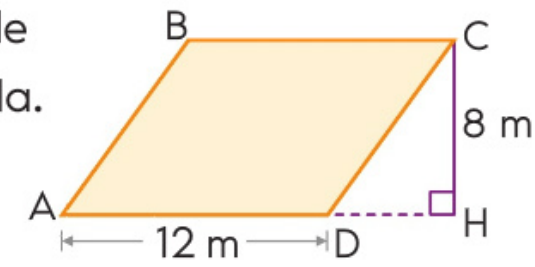



- Área del lote: $12800 \div 80 = 160\ m^2$.
- Como el ancho mide 8 m, el largo mide:

$$160 \div 8 = 20\ m$$

***Ejemplo 1***

**Calcula** el área de la figura mostrada.



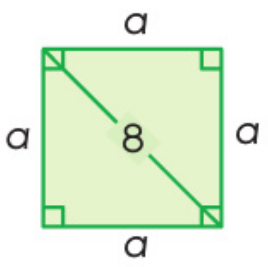

**Resolviendo:**

$S_{ABCD} = (12)(8) \Rightarrow S_{ABCD} = 96\ m^2$

### *Ejemplo 2*

**Calcula** el área de la región limitada por un cuadrado cuya diagonal mide 8 metros.

**Resolviendo:**



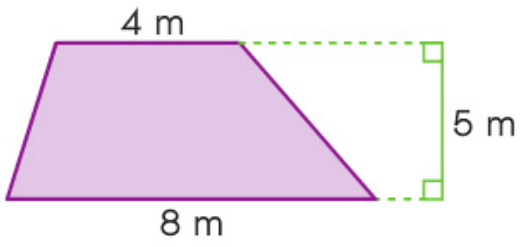

$$S = \frac{(8)^2}{2}$$

$$\therefore S = 32\ m^2$$

### *Ejemplo 3*

**Calcula** el área de la región limitada por un trapecio cuyas bases y cuya altura miden 4; 8 y 5 metros, respectivamente.

**Resolviendo:**

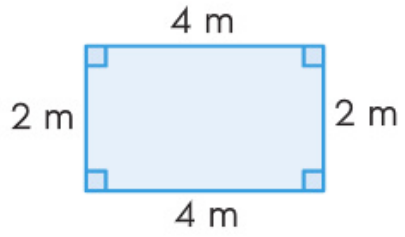



$$S = \frac{(4 + 8)5}{2} \Rightarrow S = 30\ m^2$$

### *Ejemplo 4*

**Calcula** el área de la región limitada por un rectángulo cuyo perímetro es 12 metros y cuyo lado mayor es el duplo del menor.

**Resolviendo:**




$$S = (4)(2) \Rightarrow S = 8\ m^2$$

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

## Nivel básico

**1** **Calcula** el área de la región limitada por un cuadrado cuyo perímetro es igual a 12 cm.

**2** **Calcula** el área de la región limitada por un rectángulo cuyas dimensiones son 11 cm y 6 cm.

**3** **Calcula** el área de la región limitada por un rombo cuyas diagonales miden 4 cm y 3 cm.

**4** **Calcula** el área de una región paralelográmica cuya base y altura correspondiente miden 12 m y 5 m, respectivamente.

**5** **Calcula** el área de la región de un cuadrado cuya diagonal mide 8 cm.

## Nivel intermedio

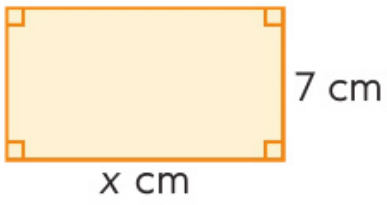
**6** **Calcula** el área de la región limitada por un rectángulo cuya diagonal y uno de cuyos lados miden 10 m y 6 cm, respectivamente.



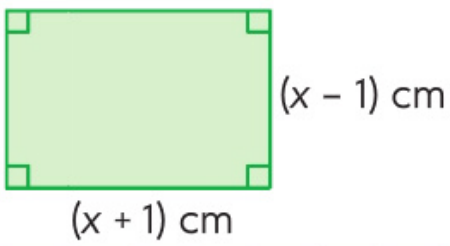
Genio Matic

**7** El área de la región limitada por un cuadrado es igual a 64 $cm^2$. **Calcula** el perímetro del cuadrado.

**8** El área de la región rectangular mostrada es igual a 84 $cm^2$. **Calcula** el valor de *x*.

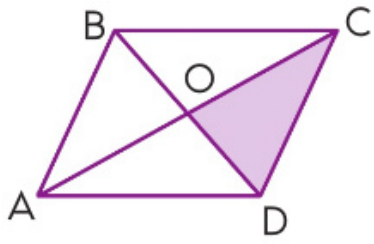



**9** El área de la región mostrada es igual a 48 $cm^2$. **Calcula** el valor de *x*.

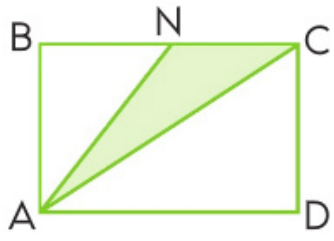



## Nivel avanzado

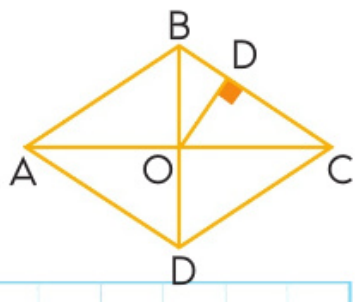
**10** **Calcula** el área del paralelogramo ABCD, si el área del triángulo COD es 8 $cm^2$.




**11** **Calcula** el área del rectángulo ABCD, si N es punto medio del lado BC y el área del triángulo ANC es 6 $cm^2$.




**12** **Calcula** el área del rombo ABCD de 24 cm de perímetro si OD = 3 cm.

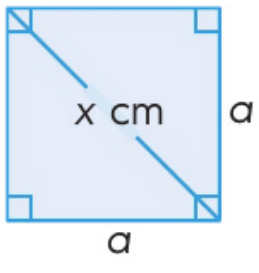



## Tarea

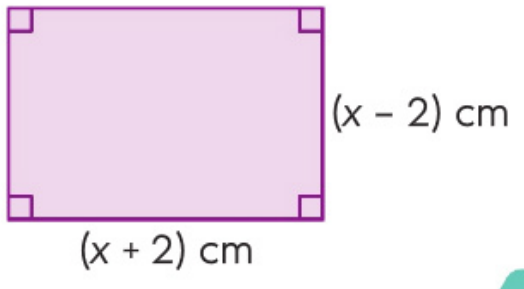
**1** **Calcula** el área de la región limitada por un cuadrado cuyo perímetro es igual a 60 cm.

**2** **Calcula** el área de la región limitada por un rectángulo cuyo perímetro es igual a 50 cm y cuyo lado mayor es el cuádruple del menor.

**3** El área de la región mostrada es igual a 72 $cm^2$. **Calcula** el valor de *x*.




**4** El área de la región mostrada es igual a 77 $cm^2$. **Calcula** el valor de *x*.



# Área de regiones circulares

Marcelo ha comprado una lámina metálica cuadrada de 60 cm de lado. De esta lámina recortará un círculo máximo para utilizarlo de tapa de un buzón.

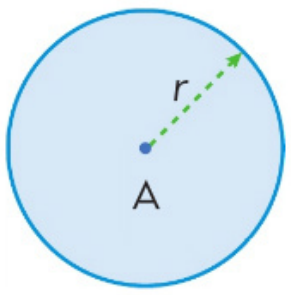
VIDEO DE TEORÍA

**Responde:**

¿Qué área tendrá la tapa? _____

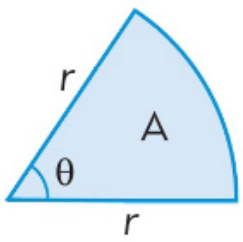
**El círculo** es la región limitada por una circunferencia. En este capítulo vamos a trabajar con el área del círculo y las figuras que se derivan de él.

### Círculo



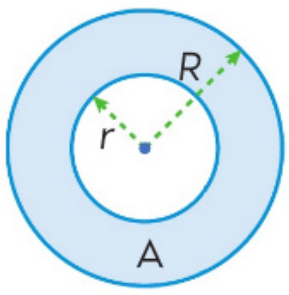

$A = \pi r^2$

### Sector circular



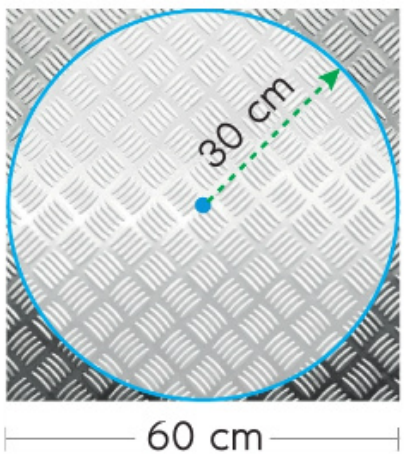

$A = \frac{\theta \pi r^2}{360°}$

### Corona circular




$A = \pi(R^2 - r^2)$

**Resolviendo:** (Problema introductorio)



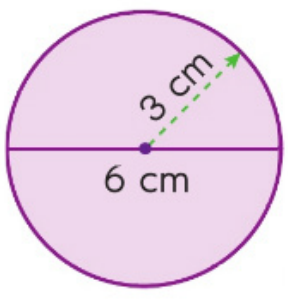

- El diámetro del círculo es igual al lado del cuadrado, por lo tanto, el radio del círculo es la mitad: 30 cm.
- Área de la tapa:

$A = \pi(30)^2 = 900\pi \text{ cm}^2$

***Ejemplo 1***

**Calcula** el área de un círculo de 6 cm de diámetro:

**Resolviendo:**




Área:

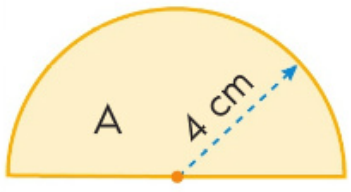
$A = \pi(3)^2$

$A = 9\pi \text{ cm}^2$

***Ejemplo 2***

**Calcula** el área de un semicírculo de 4 cm de radio:

**Resolviendo:**




$S = \frac{\pi(4)^2}{2}$

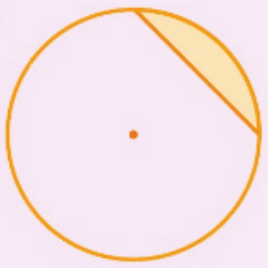
$S = \frac{16\pi}{2}$

$S = 8\pi \text{ cm}^2$

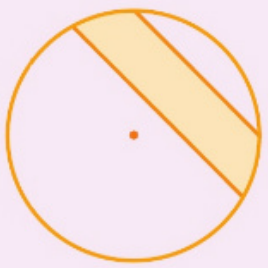
**Ten en cuenta**

Trapecio circular

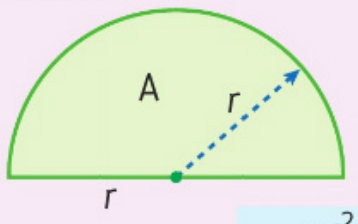
Segmento circular



Faja circular

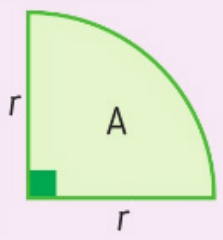


Semicírculo




$A = \frac{\pi r^2}{2}$

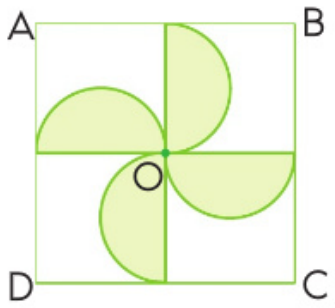
Cuadrante



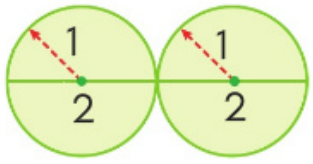

$A = \frac{\pi r^2}{4}$

### *Ejemplo 3*

**Calcula** el área de la región coloreada, si el lado del cuadrado ABCD mide 4 cm.




**Resolviendo:**

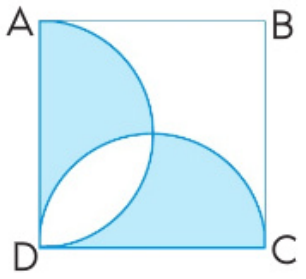



Los 4 semicírculos hacen 2 círculos de radio 1 cm.

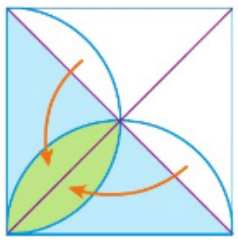
$A = 2\pi(1)^2 = 2\pi \text{ cm}^2$

### *Ejemplo 4*

**Calcula** el área de la región coloreada, si el lado del cuadrado ABCD mide 4 cm.




**Resolviendo:**

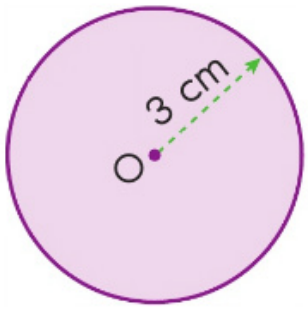


Haciendo un traslado conveniente, la región sombreada resulta la mitad del cuadrado:

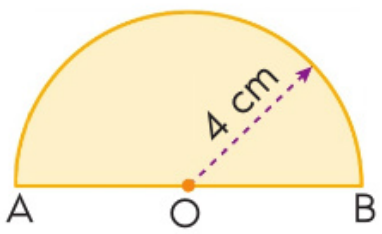
$A = 4^2 \div 2 = 16 \div 2 = 8 \text{ cm}^2$

## Nivel básico

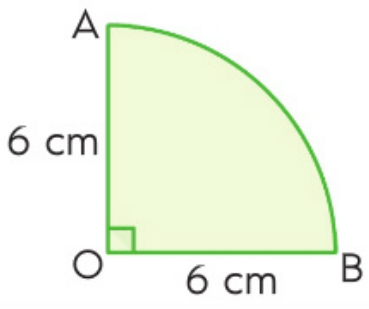
**1** **Calcula** el área de la región circular, si O es centro.



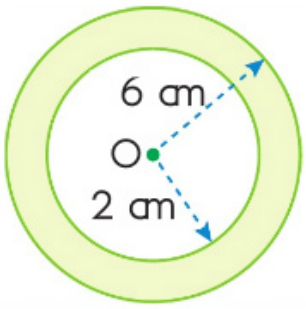

**2** **Calcula** el área de la región semicircular si O es centro.



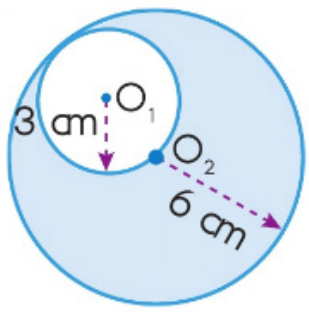

**3** **Calcula** el área de la región sombreada si O es centro.




**4** **Calcula** el área de la región sombreada si O es centro.

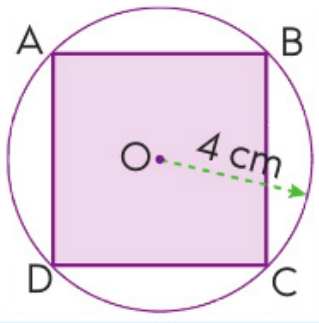



**5** **Calcula** el área de la región sombreada si $O_1$ y $O_2$ son centros.

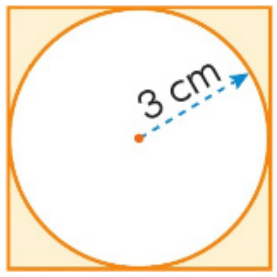



## Nivel intermedio

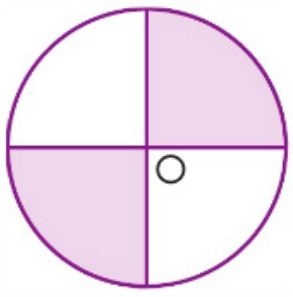
**6** **Calcula** el área del cuadrado ABCD. O es centro del círculo de radio 4 cm.



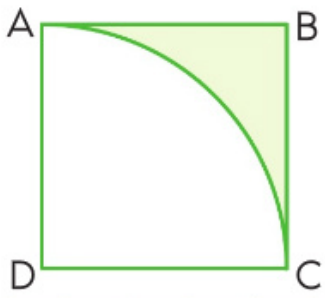
**7** **Calcula** el área de la región coloreada. O es centro del círculo de radio 3 cm.




**8** El radio del círculo de centro O mide 6 cm. **Calcula** el área de la región coloreada.

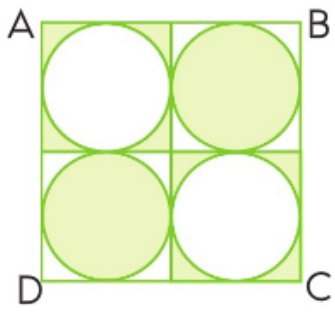



**9** **Calcula** el área de la región coloreada si el lado del cuadrado ABCD mide 3 cm.

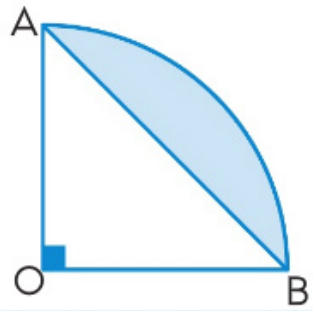



## Nivel avanzado

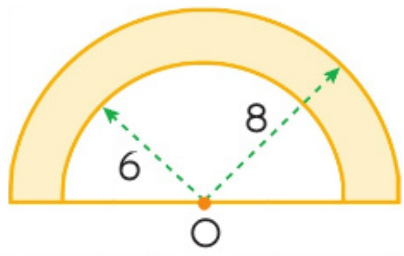
**10** El área del cuadrado ABCD es 14 $cm^2$. ¿Cuál es el área de la parte coloreada?




**11** AOB es un cuadrante de radio 10 cm. **Calcula** el área del segmento circular.




**12** Se muestran dos semicírculos concéntricos en O. **Halla** el área de la parte coloreada.



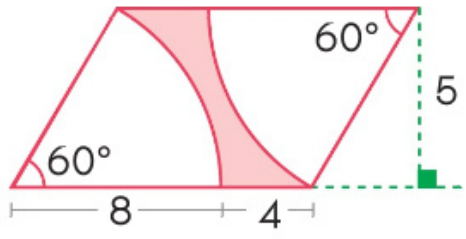

## Tarea

**1** **Calcula** el área de un círculo de radio 5 cm.

**2** **Calcula** el área de un semicírculo de radio 10 cm.

**3** **Calcula** el área del círculo inscrito en un cuadrado de 6 cm de lado.

**4** Con los datos de la figura, **calcula** el área de la región coloreada.








GENIOMATIC

# Reforzando - Unidad 6

**1** Un lote rectangular de 14 m de ancho por 20 m de largo se vende al precio de 120 soles el metro cuadrado. ¿Cuál es el valor del lote?

A) S/. 32 600 B) S/. 33 800
C) S/. 34 000 D) S/. 33 600

**2** Calcula el número de baldosas cuadradas, de 20 cm de lado, que se necesita para enlosar una superficie rectangular de 5 m de base y 4 m de altura.

A) 500 B) 400 C) 50 D) 1000

**3** La base de una región triangular mide 0,8 dm y la altura, 24 cm. Calcula el área de la región.

A) 124 $cm^2$ B) 144 $cm^2$
C) 120 $cm^2$ D) 128 $cm^2$

**4** El área de un trapecio es 120 $m^2$. Si la altura mide 8 m y la base menor, 10 m, ¿cuánto mide la base mayor?

A) 20 m B) 22 m C) 24 m D) 25 m

**5** Calcula el área de un rombo cuya diagonal mayor mide 12 cm y cuya diagonal menor es la mitad de la mayor.

A) 34 $cm^2$ B) 35 $cm^2$
C) 36 $cm^2$ D) 32 $cm^2$

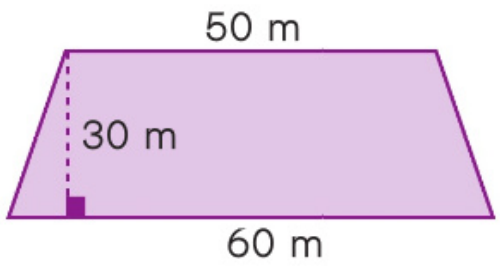
**6** Calcula el área del cuadrado que resulta de unir los puntos medios de los lados de un rectángulo cuya base y cuya altura miden 10 y 8 cm, respectivamente.

A) 80 $cm^2$ B) 60 $cm^2$
C) 50 $cm^2$ D) 40 $cm^2$

**7** Calcula el costo de sembrar césped en una cancha que tiene la forma de la figura, si el metro cuadrado de césped plantado cuesta 60 soles.

## Olimpiadas nacionales e internacionales

A) 1450 $m^2$
B) 1650 $m^2$
C) 1500 $m^2$
D) 1800 $m^2$

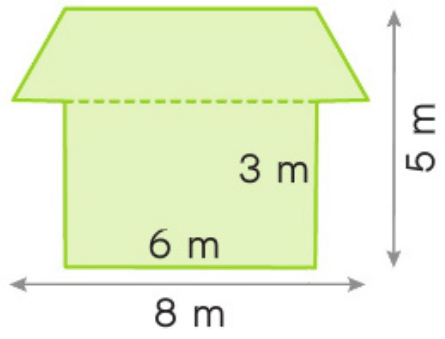



**8** ¿Cuál es el área de un semicírculo de 12 cm de diámetro?

A) 24π $cm^2$ B) 27π $cm^2$
C) 18π $cm^2$ D) 36π $cm^2$

**9** Con los datos dados, calcula el área total de la figura.

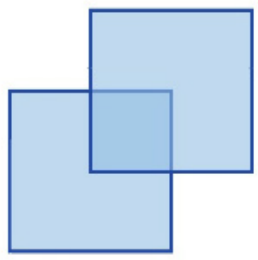
A) 30 $m^2$
B) 32 $m^2$
C) 33 $m^2$
D) 34 $m^2$




**10** Los cuadrados se traslapan en un cuadrado pequeño de 6 cm de lado, cuyos dos vértices se encuentran en el centro de los cuadrados grandes.

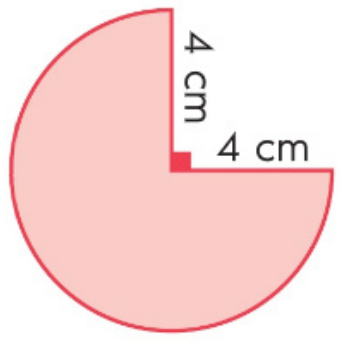
Determina el área de la figura.

A) 144 $m^2$
B) 252 $m^2$
C) 216 $m^2$
D) 288 $m^2$



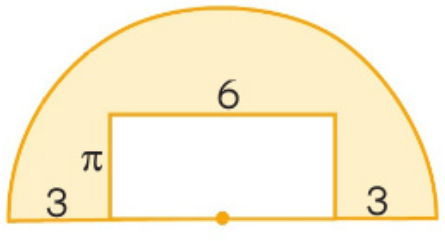
**11** Calcula el área de la figura.

A) 8π $cm^2$
B) 9π $cm^2$
C) 10π $cm^2$
D) 12π $cm^2$




**12** Calcula el área de la región coloreada, si las dimensiones están dadas en metros.

A) 8π $cm^2$
B) 9π $cm^2$
C) 10π $cm^2$
D) 12π $cm^2$



**13** Un campo rectangular tiene 180 m de base y 250 m de altura. Calcula las hectáreas que tiene.

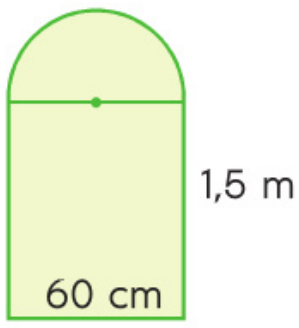
**14** Halla el área de un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos miden 12 cm cada uno.

**15** Calcula el número de árboles que se pueden plantar en un terreno rectangular de 36 m de largo y 40 m de ancho, si cada árbol necesita 4 $m^2$ para desarrollarse.

**16** Calcula el área de un paralelogramo cuya altura mide 6 cm y cuya base mide 3 veces la altura.

**17** En el centro de un jardín cuadrado de 150 m de lado hay una piscina también cuadrada, de 20 m de lado. Calcula el área del jardín que rodea la piscina.

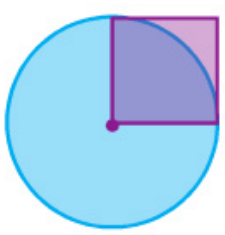
**18** Calcula el área del cristal de una ventana, tal como el de la figura, que hay en la pared de una catedral.



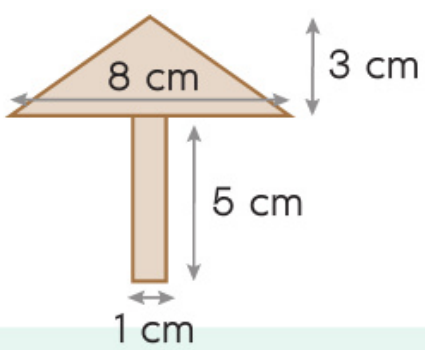

**19** Un jardín rectangular tiene por dimensiones 80 m y 60 m. El jardín está atravesado por dos caminos perpendiculares que forman una cruz. Uno tiene un ancho de 60 dm y el otro 80 dm. Calcula el área del jardín.

**20** ¿Cuál es el área de un círculo de 8 cm de diámetro?

**21** Si el área del cuadrado es 36 $cm^2$, ¿cuál es el área del círculo?



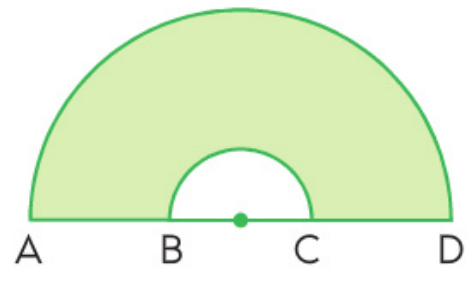
**22** Halla el área de la siguiente figura.



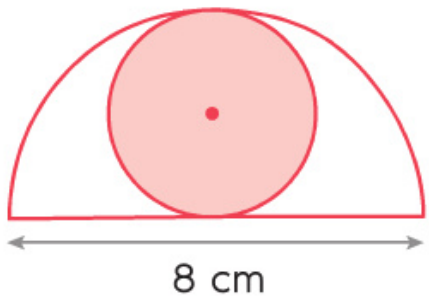

**23** Completa la tabla y elabora el gráfico de barras del área del cuadrado según la longitud de su lado.

| Lado | Área |
|---|---|
| 1 cm | 1 $cm^2$ |
| 2 cm | |
| 3 cm | |

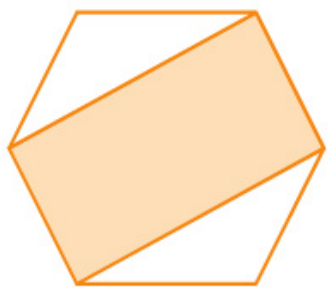
**24** En la figura, AB = BC = CD = 6 cm. Calcula el área de la región sombreada.



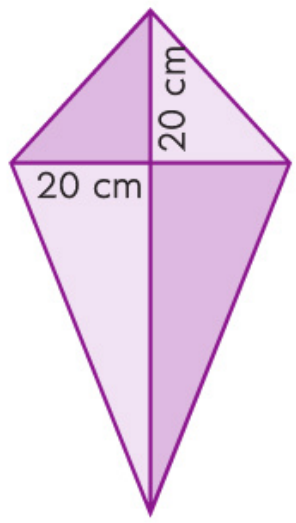

**25** Calcula el área del círculo inscrito en una semicircunferencia de 8 cm de diámetro.




**26** Cuánto vale el área de la parte coloreada de la figura, si el área del hexágono es de 96 $cm^2$.



**27** Calcula, en $cm^2$, la cantidad de papel de seda que se necesita para hacer una cometa formada por dos palos de 50 cm y 40 cm de longitud, de manera que el palo corto cruce al largo a 20 cm de uno de sus extremos.



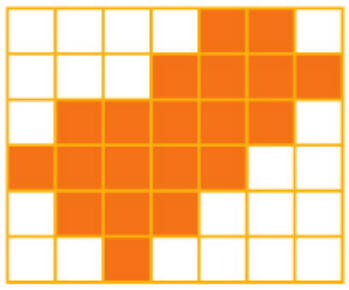

**28** Un pastizal tiene forma de trapecio, cuyas bases miden 128 m y 92 m. El ancho de la zona mide 40 m. Se construye un camino de 4 m de ancho perpendicular a las dos bases. Calcula el área del pastizal que queda.



GENIOMATIC

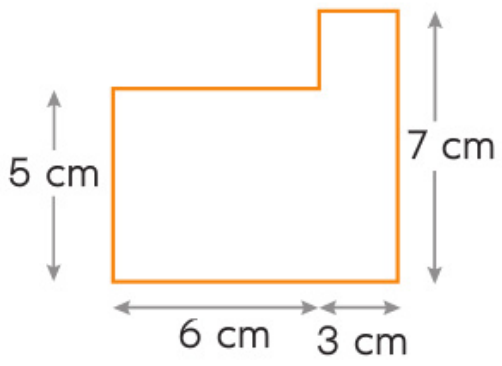
# Autoevaluación

**1** El profesor Óscar Castro y sus estudiantes del quinto grado A de la I.E. N° 5119 "Villa Emilia" elaboran una figura de arte, la pegan en un papelógrafo cuadriculado y necesitan saber cuál es el perímetro y el área de la figura.

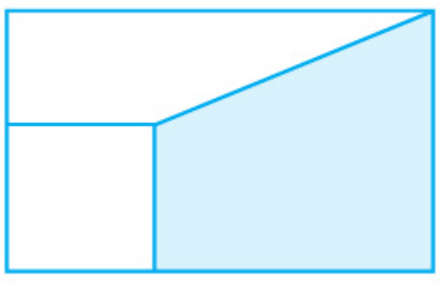


= 1 $cm^2$

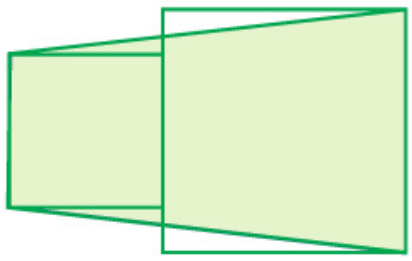
**2** Los estudiantes del quinto grado "D" de la I.E. "Elías Aguirre" desean sembrar arbolitos en un pequeño terreno que hay cerca al colegio. ¿Cuánto mide la superficie y el perímetro del terreno?



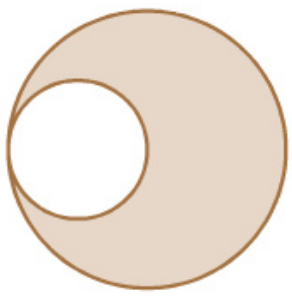

**3** La figura muestra un rectángulo de 11 cm de largo y 5 cm de ancho, en cuyo interior hay un cuadrado de 3 cm de lado. ¿Cuál es el área del trapecio coloreado?



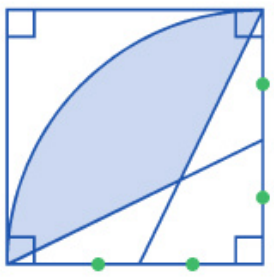
**4** El perímetro de los cuadrados es 16 cm y 24 cm. ¿Cuál es el área del trapecio coloreado?



**5** El diámetro del círculo exterior mide 10 cm y el del interior, 4 cm. ¿Cuál es el área de la región coloreada?



**6** Halla el área de la región sombreada, si el lado del cuadrado mide 6 cm.



Geometría plana

# Prisma recto y cubo

Para saber cuánto pesa una barra de chocolate, que tiene la forma de un prisma triangular, Roberto midió los lados de la base, resultando 2 cm cada lado, y el largo de la barra, resultando de 12 cm.

VIDEO DE TEORÍA

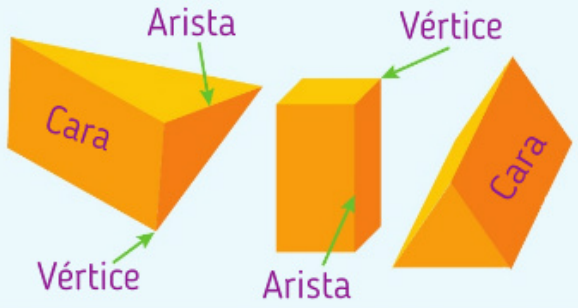
**Responde:**

Si cada $cm^3$ de chocolate pesa 1,2 g, ¿cuánto pesa la barra?

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

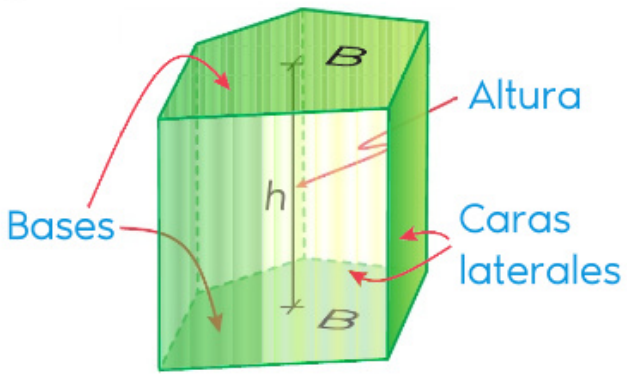
### Poliedros

Sólidos limitados por regiones poligonales denominadas caras, que comparten únicamente un lado, llamado arista.




### Prisma recto

Sólidos limitados por dos polígonos congruentes y paralelos (bases) y caras laterales rectangulares.




B: Área de la base
*h*: Altura
P: Perímetro de la base

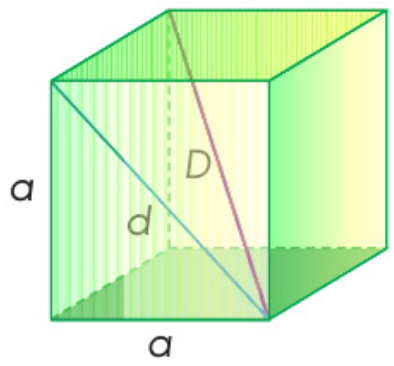
Área lateral: $A_L = Ph$

Área total: $A_T = A_L + 2B$

Volumen: $V = Bh$

### Cubo o hexaedro regular

Sólido de 6 caras cuadradas y congruentes. Tiene 8 vértices y 12 aristas




Área de una cara: $A = a^2$

Área total: $A_T = 6a^2$

Volumen: $V = a^3$

Diagonal de la cara: $d = a\sqrt{2}$

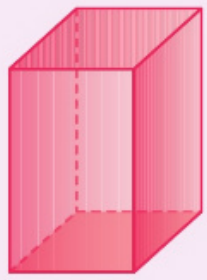
Diagonal del cubo: $D = a\sqrt{3}$

### Ten en cuenta

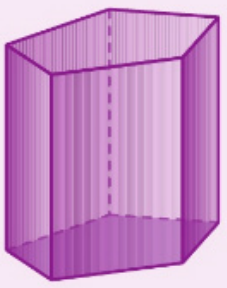
**Nomenclatura de los prismas**

**1.** Prisma recto triangular:

**2.** Prisma recto cuadrangular:

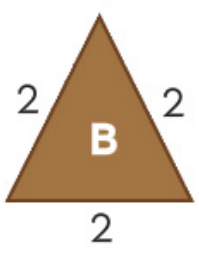


**3.** Prisma recto pentagonal:



**4.** Prisma recto hexagonal:

**Resolviendo:** (Problema introductorio)

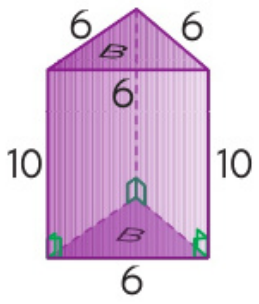



- $B = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} = 1{,}7\ cm^2$
- $V = Bh \Rightarrow V = 1{,}7 \times 12 = 20{,}4$
- Peso = $20{,}4 \times 1{,}2 =$ 24,5 g

### *Ejemplo 1*

La altura de un prisma recto triangular mide 10 cm y sus aristas básicas son congruentes y miden 6 cm cada una. **Calcula:** Área de la base, área lateral, área total y el volumen.

**Resolviendo:**




| Área de la base | Área lateral | Área total | Volumen |
|---|---|---|---|
| $B = \frac{(6)^2\sqrt{3}}{4}$ | $A_L = (6 + 6 + 6)10$ | $A_T = 180 + 2(9\sqrt{3})$ | $V = 9\sqrt{3}(10)$ |
| $B = 9\sqrt{3}\ cm^2$ | $A_L = 180\ cm^2$ | $A_T = 18(10 + \sqrt{3})\ cm^2$ | $V = 90\sqrt{3}\ cm^3$ |

### *Ejemplo 2*

En un prisma recto, la altura mide 8 cm y el área de la base, 14 $cm^2$. **Calcula** el volumen.

**Resolviendo:**

Datos: $h = 8$ cm ; $B = 14\ cm^2$

Volumen: $V = (14)(8) \Rightarrow V = 112\ cm^3$

### *Ejemplo 3*

La altura de un prisma recto mide 12 cm y su volumen es 300 $cm^3$. **Calcula** el área de la base.

**Resolviendo:**

Datos: $h = 12$ cm ; $V = 300\ cm^2$

Volumen: $V = 300$

$B(12) = 300 \Rightarrow B = 25\ cm^2$

## Nivel básico

**1** **Calcula** el volumen de un prisma recto cuya altura mide 3 cm y cuya área de base es 4 $cm^2$.

**2** En un prisma recto, la altura mide 5 cm y el volumen es igual a 60 $cm^3$. **Calcula** el área de base.

**3** La altura de un prisma pentagonal recto mide 12 cm y las aristas básicas miden 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm y 7 cm. **Calcula** el área lateral.

**4** El volumen de un prisma recto es igual a 240 $cm^3$ y su área de base es igual a 48 $cm^2$. **Calcula** la longitud de la altura.

**5** La habitación de Pepe tiene 5 m de largo, 4 m de ancho y 3 m de alto. ¿Qué volumen tiene?

## Nivel intermedio

**6** Las aristas básicas de un prisma hexagonal recto miden 5 cm, 6 cm, 7 cm, 8 cm, 9 cm y 10 cm y el área lateral es igual a 270 $cm^2$. **Calcula** la longitud de la altura.

**7** Las aristas básicas y la altura de un prisma triangular recto miden 3 cm, 4 cm, 5 cm y 6 cm, respectivamente. **Calcula** el volumen.

**8** La diagonal de un cubo mide $4\sqrt{3}$. **Calcula** el área y el volumen del cubo.

**9** Si el área de un cubo es 150 $cm^2$, ¿cuánto mide la diagonal de una de sus caras?

## Nivel avanzado

**10** Las aristas básicas y la altura de un prisma cuadrangular recto son congruentes y miden 8 cm cada una. **Calcula** el área lateral y el volumen.

**11** El volumen de un prisma triangular recto es igual a $40\sqrt{3}$ $cm^3$, su área lateral es 120 $cm^2$ y el triángulo de base es equilátero. **Calcula** la longitud de la altura del prisma.

**12** Las aristas básicas de un prisma triangular recto miden 5 cm, 6 cm y 5 cm y la altura, 7 cm. **Calcula** el área de base, el área lateral, el área total y el volumen.

## Tarea

**1** **Calcula** el volumen de un prisma recto cuya altura mide 7 cm y cuya área de base es igual a 36 $cm^2$.

**2** **Dibuja** un prisma octogonal recto e **indica** sus elementos.

**3** Las aristas básicas de un prisma pentagonal recto miden 4 cm, 5 cm, 6 cm, 7 cm y 8 cm y el área lateral es igual a 360 $cm^2$. **Calcula** la longitud de la altura

**4** Las aristas básicas de un prisma triangular recto miden 5 cm, 8 cm y 5 cm y la altura, 15 cm. **Calcula** el área lateral y el volumen.





GENIOMATIC

Geometría plana

# Pirámide regular

La base de esta construcción, ubicada en la carretera a Putina, Puno, es rectangular, de 12 m por 8 m, la altura de la parte piramidal mide 3 m y los apotemas, 5 m y 5,2 m.

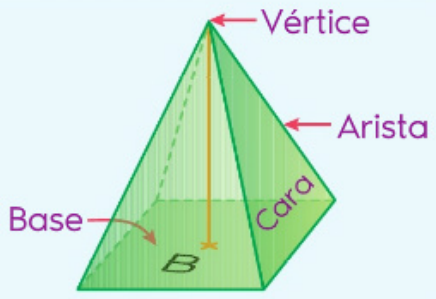
VIDEO DE TEORÍA

**Responde:**

¿Cuántos metros cuadrados de calamina se ha usado en su techo?

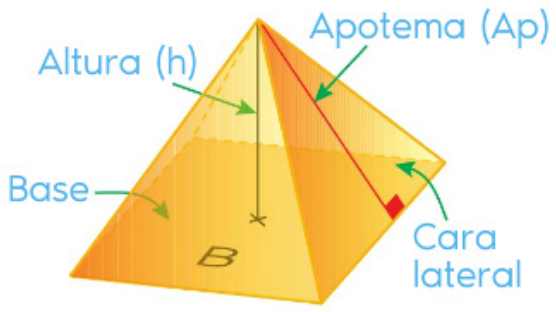
**Pirámide**

Poliedro que tiene por base una región poligonal y caras laterales triangulares con un vértice común.




## Pirámide regular

Es una pirámide recta cuya base es un polígono regular, por lo que sus caras laterales son triángulos isósceles congruentes.

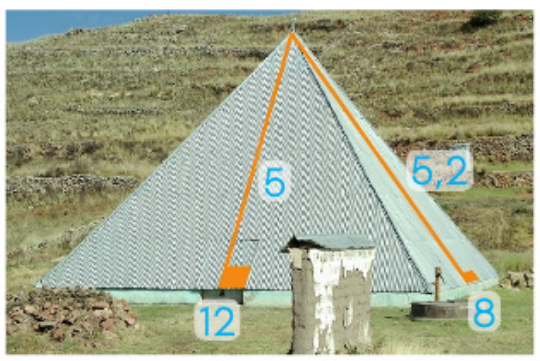



Área lateral: $A_L = \frac{1}{2}$(perímetro de la base × apotema) $A_L = \frac{1}{2}(P \times Ap)$

Área total: $A_T$ = Área lateral + área de la base. $A_T = A_L + B$

Volumen: $V = \frac{1}{3}$(área de la base × altura) $V = \frac{Bh}{3}$

**Resolviendo:** (Problema introductorio)




- Área de 2 caras mayores: $2 \times \frac{1}{2}(12 \times 5) = 60\ m^2$
- Área de 2 caras menores: $2 \times \frac{1}{2}(8 \times 5{,}2) = 41{,}6\ m^2$
- Área lateral: $60 + 41{,}6 = 101{,}6\ m^2$

***Ejemplo 1***

El área de la base de una pirámide regular es igual a 16 $cm^2$ y su altura mide 6 cm. **Calcula** su volumen.

**Resolviendo:**

Datos: $B = 16\ cm^2$

$h = 6\ cm$

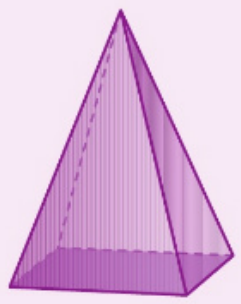
Volumen: $V = \frac{(16)(6)}{3} \Rightarrow V = 32\ cm^3$

**Ten en cuenta**

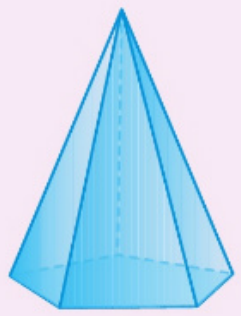
**Nomenclatura de las pirámides**

1. Pirámide triangular:

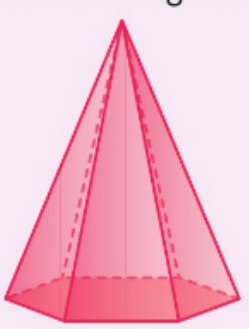
2. Pirámide cuadrangular:



3. Pirámide pentagonal:



4. Pirámide hexagonal:

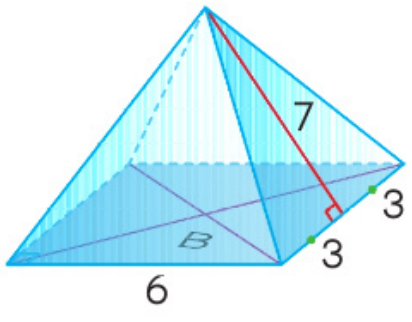


Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

### *Ejemplo 2*

La arista básica y el apotema de una pirámide regular cuadrangular miden 6 cm y 7 cm, respectivamente. **Calcula** el área total.

**Resolviendo:**




Área de la base:

$B = (6)^2 \Rightarrow B = 36\ cm^2$

Área lateral:

$A_L = \left(\frac{6+6+6+6}{2}\right)(7)$

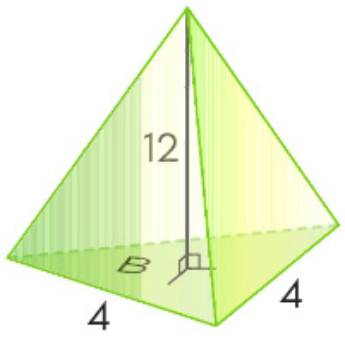
$A_L = 84\ cm^2$

Área total: $A_T = 36 + 84 \Rightarrow A_T = 120\ cm^2$

### *Ejemplo 3*

La arista básica y la altura de una pirámide regular triangular miden 4 cm y 12 cm, respectivamente. **Calcula** el volumen.

**Resolviendo:**




Área de base:

$B = \frac{4^2\sqrt{3}}{2}$

$B = 8\sqrt{3}\ cm^2$

Volumen: $V = \frac{(8\sqrt{3})(12)}{3} \Rightarrow V = 32\sqrt{3}\ cm^3$

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

## Nivel básico

**1** **Dibuja** una pirámide regular pentagonal e indica sus elementos.

**2** El área de base de una pirámide regular es igual a 64 $cm^2$ y su altura mide 9 cm. **Calcula** el volumen.

**3** La arista básica y el apotema de una pirámide regular cuadrangular miden 5 cm y 6 cm, respectivamente. **Calcula** el área lateral.

**4** La arista básica y la altura de una pirámide regular cuadrangular miden 2 cm y 3 cm, respectivamente. **Calcula** el volumen.

**5** El volumen de una pirámide regular cuadrangular es igual a 30 $cm^3$ y su altura mide 10 cm. **Calcula** el perímetro de la base.

## Nivel intermedio

**6** La arista básica y la altura de una pirámide regular triangular miden 8 cm y 12 cm, respectivamente. **Calcula** el volumen.



GENIOMATIC

**7** La arista básica y la arista lateral de una pirámide regular cuadrangular miden 12 cm y 10 cm, respectivamente. **Calcula** el área total.

**8** La arista básica y el apotema de una pirámide regular cuadrangular miden 8 cm y 5 cm, respectivamente. **Calcula** el volumen.

**9** La arista básica y la arista lateral de una pirámide regular pentagonal miden 6 cm y 5 cm, respectivamente. **Calcula** el área lateral.

## Nivel avanzado

**10** En una pirámide regular triangular, el área de una de las caras es 6 $cm^2$. El apotema mide 3 cm. **Calcula** el área de la base.

**11** Tomando como vértice el centro de la cara superior de un cubo de 6 cm de arista se forma una pirámide cuya base viene a ser la cara inferior del cubo. **Calcula** el volumen de la pirámide resultante.

**12** La base de una pirámide recta es un hexágono regular de 4 cm de lado. Si la altura mide 6 cm, ¿cuál es el volumen de la pirámide?

## Tarea

**1** **Dibuja** una pirámide regular hexagonal e indica sus elementos.

**2** La arista básica y la altura de una pirámide regular cuadrangular miden 10 cm y 15 cm, respectivamente. **Calcula** su volumen.

**3** La arista básica y la arista lateral de una pirámide regular triangular son congruentes y miden 12 cm cada una. **Calcula** el área total.

**4** La arista básica y el apotema de una pirámide regular cuadrangular miden 16 cm y 17 cm, respectivamente. **Calcula** el volumen.

Prisma y pirámide

# Sólidos de revolución

Elmer fabrica pelotas de cuero. Desea confeccionar una pelota de cuero de 30 cm de diámetro. En el corte y las costuras se desperdicia el 20% del material.

VIDEO DE TEORÍA

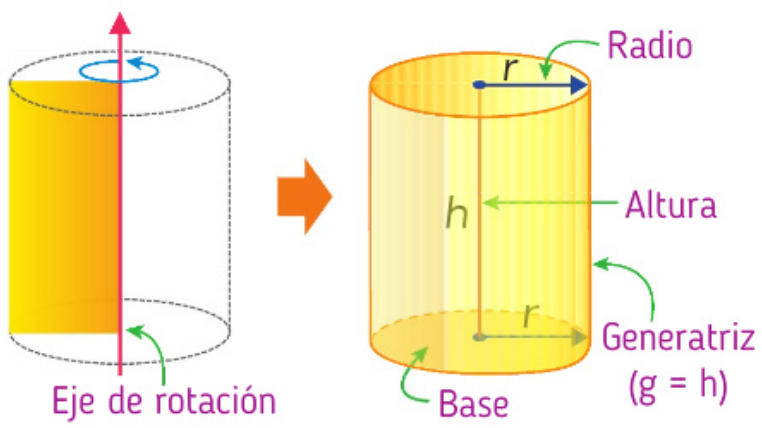
**Responde:**

¿Cuántos $dm^2$ de cuero debe comprar? _____

**Los sólidos de revolución** son los que se obtienen rotando una región plana alrededor de una recta denominada eje de rotación.

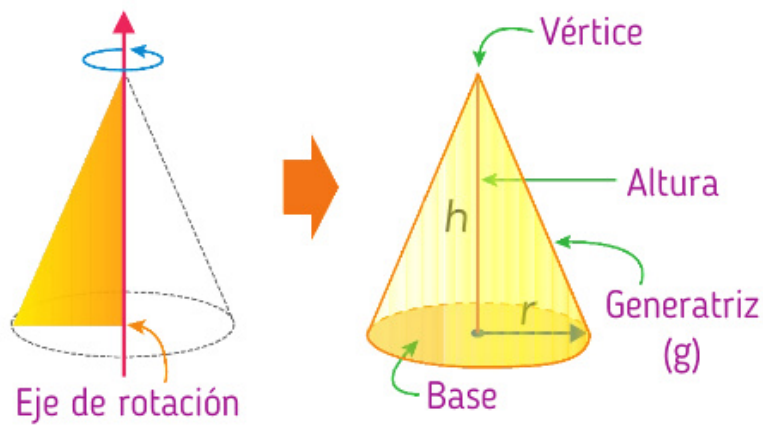
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

## Cilindro



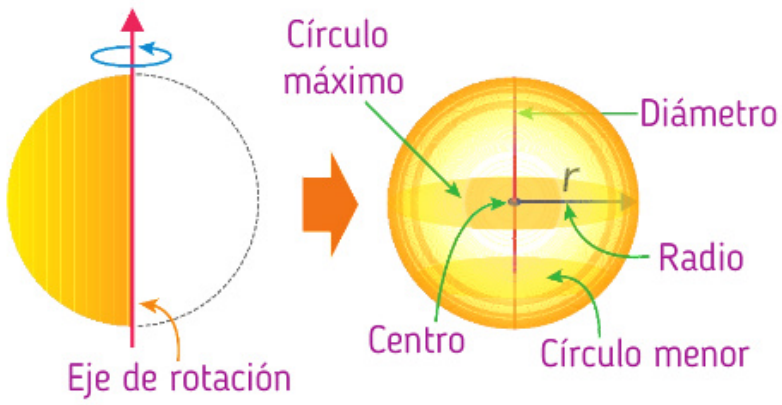

- Área de la base: $B = \pi r^2$
- Área lateral: $A_L = 2\pi rg$
- Área total: $A_T = 2\pi r(g + r)$
- Volumen: $V = \pi r^2 h$

## Cono




- Área de la base: $B = \pi r^2$
- Área lateral: $A_L = \pi rg$
- Área total: $A_T = \pi r(g + r)$
- Volumen: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

## Esfera




- Área: $A = 4\pi r^2$
- Volumen: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

**Resolviendo:** (Problema introductorio)

- $r$ = 15 cm = 1,5 dm:
- Área = $4\pi r^2 = 4\pi(1,5)^2$
  Área = 28,3 $dm^2$

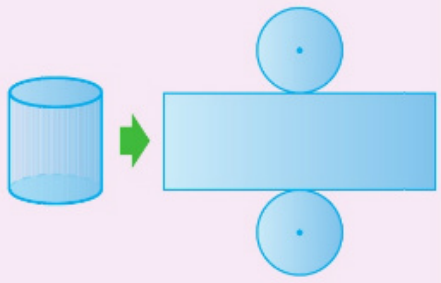
- 28,3 → 80%
  $x$ → 100%

$$x = \frac{100 \times 28,3}{80} = 35,4 \text{ dm}^2$$

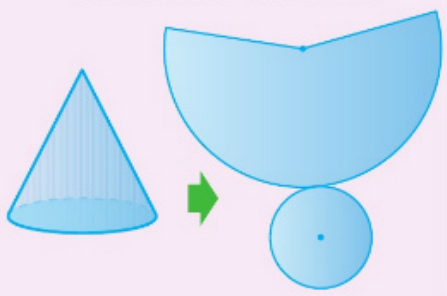
**Ten en cuenta**

Objetos con formas de sólidos de revolución

Desarrollo del cilindro



Desarrollo del cono



### *Ejemplo 1*

El radio de la base y la generatriz de un cilindro de revolución miden 2 cm y 4 cm, respectivamente. **Calcula** el área de base, el área lateral, el área total y el volumen.

**Resolviendo:**

Datos: $r$: 2 cm
$h$: 4 cm
$g$: 4 cm

- **Área de base**
  $B = \pi(2)^2$
  $B = 4\pi \text{ cm}^2$
- **Área lateral**
  $A_L = 2\pi(2)(4)$
  $A_L = 16\pi \text{ cm}^2$
- **Área total**
  $A_T = 16\pi + 2(4\pi)$
  $A_T = 24\pi \text{ cm}^2$
- **Volumen**
  $V = (4\pi)(4)$
  $V = 16\pi \text{ cm}^3$

### *Ejemplo 2*

El radio de base y la generatriz de un cono de revolución miden 3 cm y 5 cm, respectivamente. **Calcula** el área de base, el área lateral y el área total.

**Resolviendo:**

Datos: $r$: 3 cm $g$: 5 cm

- Base:
  $B = \pi(3)^2$
  $B = 9\pi \text{ cm}^2$
- Área lateral
  $A_L = \pi(3)(5)$
  $A_L = 15\pi \text{ m}^2$

- Área total: $A_T = 9\pi + 15\pi \Rightarrow A_T = 24\pi \text{ cm}^2$

### *Ejemplo 3*

El radio de una esfera mide 3 cm. **Calcula** el área de la superficie esférica y el volumen.

**Resolviendo:**

Datos: $r$: 3 cm

- Área de la superficie esférica: $S = 4\pi(3)^2$
  $S = 36\pi \text{ cm}^2$
- Volumen de la esfera: $V = \dfrac{4\pi(3)^3}{3}$
  $V = 36\pi \text{ cm}^3$

## Nivel básico

**1** El radio de base y la altura de un cilindro circular recto miden 4 cm y 8 cm, respectivamente. **Calcula** el área lateral.

**2** El diámetro de base y la generatriz de un cilindro de revolución miden 6 cm y 7 cm, respectivamente. **Calcula** el área total.

**3** El radio de base y la altura de un cono de revolución miden 4 cm y 6 cm, respectivamente. **Calcula** el volumen.

**4** El área lateral de un cono de revolución es igual a $50\pi \text{ cm}^2$ y la generatriz mide 10 cm. **Calcula** el área de base.

**5** El radio de una esfera mide 8 cm. **Calcula** el área de la superficie esférica.

**8** El volumen de un cono de revolución es igual a $150\pi$ $cm^3$ y el diámetro de base mide 10 cm. **Calcula** la longitud de la altura.

## Nivel intermedio

**6** El diámetro de la base y la generatriz de un cilindro de revolución son congruentes. El volumen es igual a $432\pi$ $cm^3$. **Calcula** la longitud del radio de base.

**9** El diámetro de una esfera mide 30 cm. **Calcula** el volumen.

**7** El diámetro de base y la altura de un cilindro de revolución miden 8 cm y 10 cm, respectivamente. **Calcula** el área lateral y el volumen.

**10** El área de la superficie de una esfera es igual a $196\pi$ $cm^2$. **Calcula** la longitud del diámetro.





GENIOMATIC

## Nivel avanzado

**11** El volumen de un cilindro circular recto es igual a $360\pi$ $cm^3$ y su generatriz mide 10 cm. **Calcula** el área lateral.

**12** El área lateral y el área de base de un cono de revolución son de $175\pi$ y $49\pi$, respectivamente. **Calcula** el volumen.

**13** En una esfera, el área de su círculo mayor es $36\pi$ $cm^2$. **Calcula** el volumen.

**14** Una esfera de radio 6 se divide por el centro en cuatro partes iguales. **Calcula** el área de la superficie de una de las partes.

## Tarea

**1** El radio de base y la altura de un cilindro de revolución miden 5 cm y 9 cm, respectivamente. **Calcula** el área total.

**2** El radio de base y la generatriz de un cono circular recto miden 12 cm y 16 cm, respectivamente. **Calcula** el área total.

**3** El diámetro de una esfera mide 2 cm. **Calcula** el área de la superficie de la esfera.

**4** El área del círculo mayor de una esfera es igual a $144\pi$ $cm^2$. **Calcula** el volumen.

# Reforzando - Unidad 7

## Olimpiadas nacionales e internacionales

**1** ¿Qué volumen de agua entra en una piscina rectangular de 20 m de largo por 6 m de ancho y 2 m de profundidad?

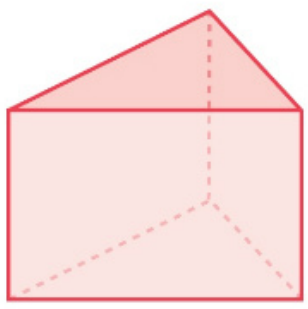
A) 120 $m^3$ B) 240 $m^3$
C) 200 $m^3$ D) 360 $m^3$

**2** Una caja rectangular tiene 60 cm de largo, 40 cm de ancho y 30 cm de alto. Determina el volumen de la caja, en $dm^2$.

A) 7200 $dm^3$ B) 720 $dm^3$
C) 72 $dm^3$ D) 7200 $dm^3$

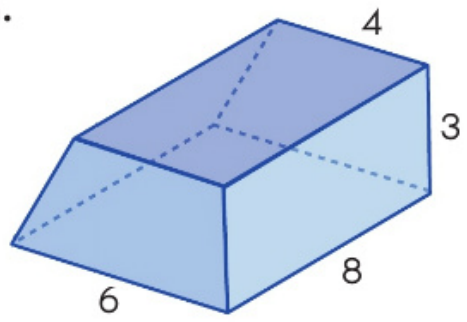
**3** La base del prisma tiene 24 $cm^2$ de área y la altura mide 5 cm. ¿Cuál es el volumen del prisma?

A) 120 $cm^3$
B) 240 $cm^3$
C) 600 $cm^3$
D) 180 $cm^3$



**4** El prisma mostrado tiene dos caras opuestas en forma de un trapecio rectángulo. Las dimensiones están dadas en cm. Calcula el volumen.

A) 120 $cm^3$
B) 240 $cm^3$
C) 360 $cm^3$
D) 180 $cm^3$




**5** Calcula el área total de un cilindro cuya base tiene 14 cm de diámetro y cuya generatriz mide 10 cm.

A) 356π $cm^2$ B) 600π $cm^2$
C) 490π $cm^2$ D) 378π $cm^2$

**6** Calcula el volumen de un cilindro de 8 cm de altura, cuyo radio de la base mide 2 cm.

A) 32π $cm^3$ B) 30π $cm^3$
C) 24π $cm^3$ D) 36π $cm^3$

**7** El área lateral de un cilindro circular es 96π $cm^2$ y su altura mide 8 cm. Calcula el volumen del cilindro.

A) 320π $cm^3$ B) 144π $cm^3$
C) 240π $cm^3$ D) 288π $cm^3$

**8** El volumen de un cilindro de revolución es 800π $cm^3$. Calcula el área total de este cilindro, sabiendo que su radio de base tiene 10 cm.

A) 300π $cm^2$ B) 240π $cm^2$
C) 270π $cm^2$ D) 360π $cm^2$

**9** Un cono circular tiene 3 cm de radio de base y su generatriz mide 5 cm. ¿Cuál es volumen?

A) 12π $cm^3$ B) 15π $cm^3$
C) 18π $cm^3$ D) 24π $cm^3$

**10** Calcula el volumen de un cono circular cuya generatriz mide 15 cm y cuyo radio de la base es igual a 3/5 de la generatriz.

A) 344π $cm^3$ B) 288π $cm^3$
C) 360π $cm^3$ D) 324π $cm^3$

**11** Sobre la base superior de un cilindro de 4 cm de radio y 6 cm de altura, se construye un cono circular de altura doble que el cilindro. Calcula el volumen del cuerpo formado.

A) 140π $cm^3$ B) 160π $cm^3$
C) 120π $cm^3$ D) 180π $cm^3$

**12** Calcula el volumen de una esfera de 6 cm de radio.

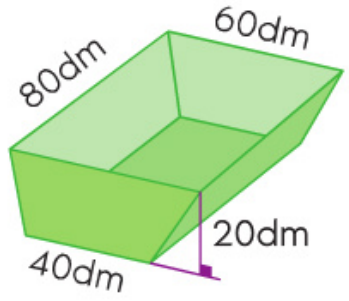
A) 288π $cm^3$ B) 240π $cm^3$
C) 248π $cm^3$ D) 284π $cm^3$

**13** El área de una superficie esférica es 256π $cm^2$. Calcula el área del círculo máximo de esta esfera.

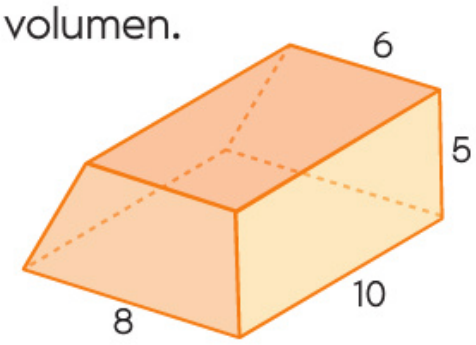
A) 36π cm B) 32π cm
C) 54π cm D) 64π cm

**14** Un recipiente cúbico tiene una arista interior de 12 cm. ¿Cuántos centímetros cúbicos de agua puede contener?

**15** La figura muestra un reservorio de agua, cuyas dos caras son trapecios. ¿Con cuántos metros cúbicos de agua se puede llenar completamente?




**16** El prisma mostrado tiene dos caras opuestas en forma de un trapecio rectángulo. Las dimensiones están dadas en cm. Calcula el volumen.



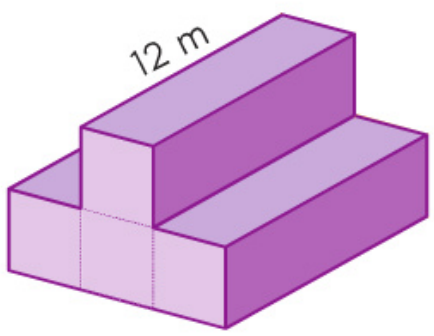

**17** El área de la base de un prisma es 12 $cm^2$ y su altura mide 10 cm. Calcula el volumen.

**18** El área de una de las caras de un cubo es 25 $cm^2$. ¿Cuál es su volumen?

**19** Calcula el volumen de una pirámide cuya base es una región triangular de 15 $cm^2$ de área y cuya altura mide 8 cm.

**20** La base de una pirámide es la cara inferior de un cubo de 6 cm de arista y la cúspide se encuentra en el centro de la cara superior del cubo. ¿Cuál es el volumen de la pirámide?

**21** Este pedestal tiene dos caras formadas por 4 cuadrados de 3 m de lado. Calcula su volumen.




**22** Calcula el área total de un cilindro circular cuyo radio de la base mide 2 cm y cuya altura mide 6 cm.

**23** La circunferencia de la base de un cilindro mide $24\pi$ m y su altura, 8 m. Calcula el área total del cilindro.

**24** Calcula el área total y el volumen de un cilindro circular de 10 cm de altura y 6 cm de diámetro de la base.

**25** El área total de un cilindro de revolución es $150\pi$ $cm^2$ y el radio de la base mide 5 cm. Calcula su volumen.

**26** Si S es el área lateral de un cilindro cuyo radio de la base es R, probar que su volumen es igual a RS/2.

**27** Calcula el área total de un cono circular de 5 m de radio de la base y 9 m de altura.

**28** La altura de un cono mide 24 cm y el radio de la base mide la mitad de la altura. Calcula el volumen del cono.

**29** Un cono circular tiene 5 cm de radio de la base y su generatriz mide 12 cm. ¿Cuál es volumen?

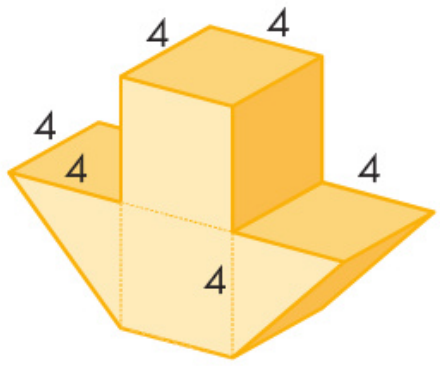
**30** Calcula el volumen de un cono circular cuya generatriz mide 15 cm y cuya radio de la base es igual a 3/5 de la generatriz.

**31** Sobre la base superior de un cilindro de 3 cm de radio y 5 cm de altura, se construye un cono circular de altura doble que el cilindro. Calcula el volumen del cuerpo formado.

**32** Calcula el área de una superficie esférica inscrita en un cubo de 8 cm de arista.

# Autoevaluación

**1** Calcula el volumen del sólido. Las medidas están dadas en cm.




**2** La base de una pirámide es un cuadrado de 12 cm de lado y la altura mide 8 cm. Calcula:

a) El área lateral

b) El área total

c) El volumen

**3** Calcula el área lateral de un cono circular de 4 cm de radio de la base y 8 cm de generatriz.

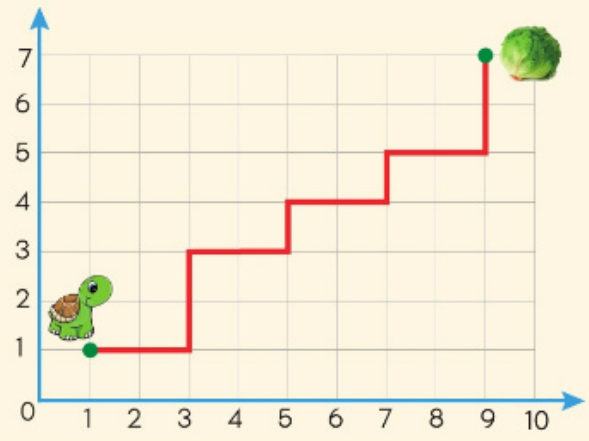
**4** La circunferencia de la base de un cono circular recto mide $16\pi$ m y su altura mide 6 m. Calcula el área total del cono.

**5** Calcula el área y el volumen de un cono circular de 12 cm de altura y cuyo radio de la base mide 9 cm.

**6** Calcula el volumen del cuerpo engendrado por la rotación de un triángulo rectángulo de catetos 8 cm y 6 cm, alrededor de su cateto menor.

Par ordenado

# Figuras geométricas en el plano cartesiano



Las cuadrículas de la figura tienen 10 m de lado. Para llegar a la lechuga, la tortuguita decidió caminar siguiendo la ruta indicada en rojo.

VIDEO DE TEORÍA

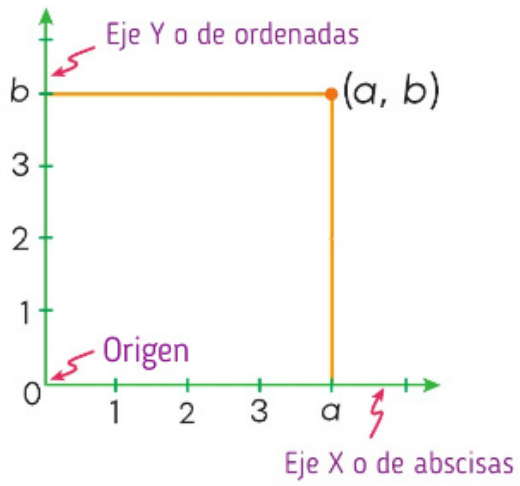
**Responde:**

De caminar en línea recta, ¿cuántos metros se hubiera ahorrado?

**El plano cartesiano** es el plano determinado por dos rectas numéricas que se cortan perpendicularmente en un punto denominado origen de coordenadas.

Elementos:

- $(a, b)$: Coordenadas del punto
- $a$: Primera componente (abscisa)
- $b$: Segunda componente (ordenada)

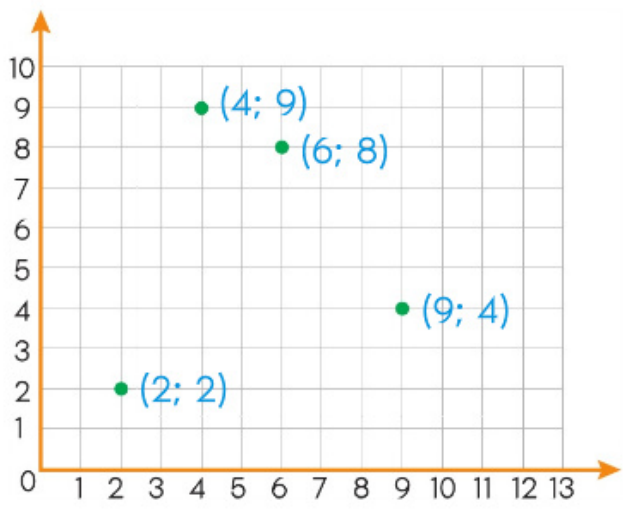



## Determinación de un punto en el plano

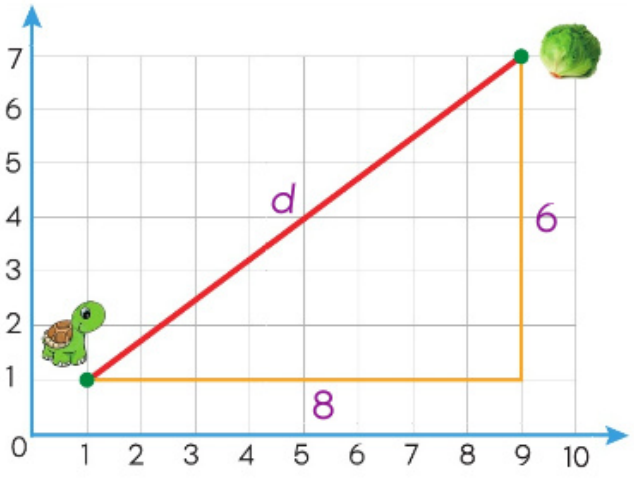
Cualquier punto del plano cartesiano se determina mediante un par ordenado.

La primera componente del par se ubica en el eje X y la segunda, en el eje Y.

En la intersección de la vertical de la abscisa con la horizontal de la ordenada, se ubica el punto.




**Resolviendo:** (Problema introductorio)




- Caminó 8 + 6 = 14 cuadrículas
- Teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 8^2 + 6^2 \Rightarrow d^2 = \underbrace{64 + 36}_{100} \Rightarrow x = 10$$

- Se hubiera ahorrado:

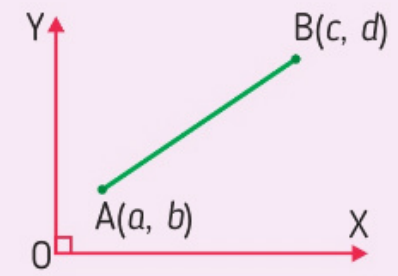
14 – 10 = 4 cuadrículas.

∴ En distancia 4×10 = 40 m

## Ten en cuenta

### Distancia entre dos puntos

Es la longitud del segmento determinado por los puntos.




$$(AB)^2 = (c - a)^2 + (d - b)^2$$

***Ejemplos:***

**1.** Calcula la distancia entre los puntos: A(2; 3) y B(5; 7).

***Resolviendo:***

$(AB)^2 = (5 - 2)^2 + (7 - 3)^2$

$(AB)^2 = 9 + 16$

$AB = \sqrt{25} \Rightarrow AB = 5$

**2.** Calcula la longitud de un segmento cuyos extremos son: A(3; 5) y B(15; 10).

***Resolviendo:***

$(AB)^2 = (15 - 3)^2 + (10 - 5)^2$

$(AB)^2 = 144 + 25$

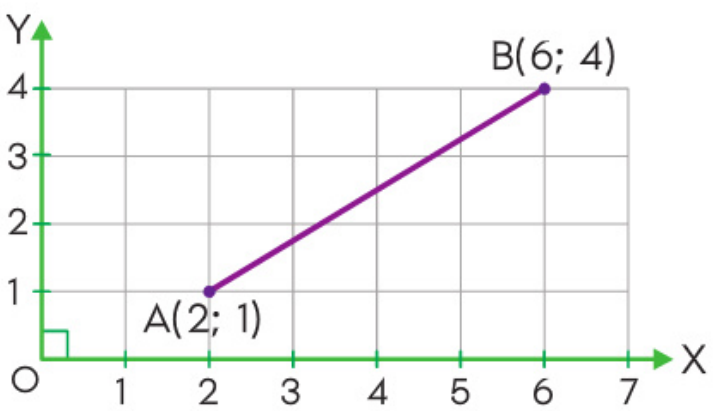
$AB = \sqrt{169} \Rightarrow AB = 13$

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

### *Ejemplo 1*

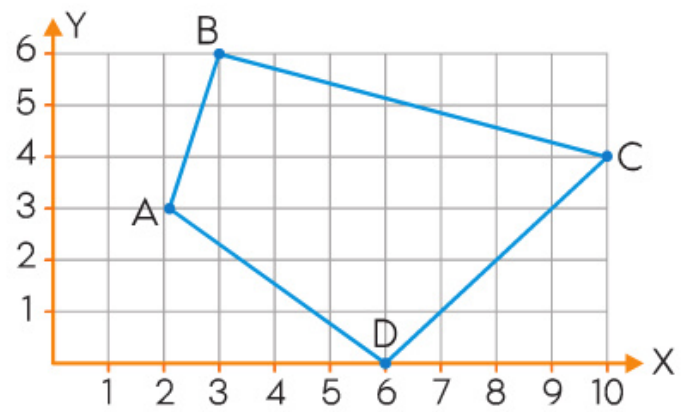
**Ubica** los puntos A(2; 1) y B(6; 4) en el plano cartesiano y traza la recta que determinan.

**Resolviendo:**




### *Ejemplo 2*

**Indica** las coordenadas de los puntos ubicados en la figura.



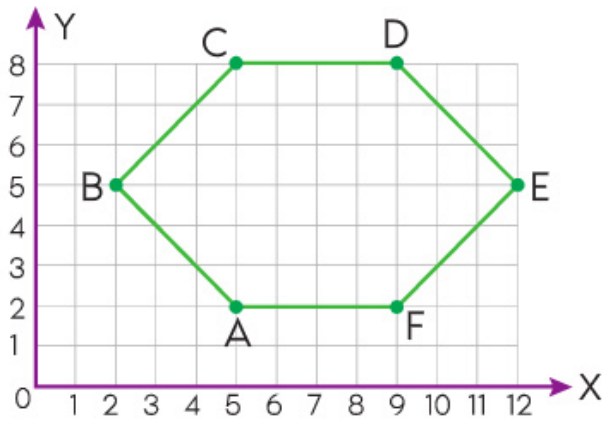

**Resolviendo:**

A(2; 3), B(3; 6), C(10; 4), D(6; 0)

## Nivel básico

**1** **Ubica** los puntos A(3; 7), B(5; 4) y C(8; 2). Además, traza la figura que determinan.

**2** **Indica** las coordenadas de los puntos de la figura.




**3** En el plano cartesiano, **ubica** los puntos A(2;1), B(3; 5), C(6; 7) y D(8; 2) y **traza** el cuadrilátero ABCD.

**4** La recta que pasa por los puntos (3; 4) y (5; 4), es una recta:

A) Vertical B) Horizontal C) Oblicua

**5** ¿Cuál es la distancia entre los puntos (2; 1) y (6; 4)?

## Nivel intermedio

**6** La recta que pasa por los puntos (5; 2) y (7; 5), es una recta:

A) Vertical B) Horizontal C) Oblicua





GENIOMATIC

**7** Los tres vértices de un cuadrilátero están en los puntos (2; 1), (8; 4) y (8; 1). Para que la figura sea un rectángulo, ¿dónde debe estar el cuarto vértice?

**8** ¿A qué distancia del segmento de extremos (2; 4) y (7; 4) está el punto (5; 9)?

**9** ¿Cuál es el área de la región poligonal cuyos vértices consecutivos están en los puntos (1; 1), (7; 1), (7; 4), (3; 4), (3; 7), (1; 7) y (1,1)?

## Nivel avanzado

**10** ¿Cuál de los siguientes puntos no pertenece al segmento cuyos extremos son (2; 4) y (8; 4)?

A) (3; 4)  B) (9; 4)  C) (7; 4)

**11** **Calcula** el área de la región limitada por los ejes coordenados y la recta que pasa por los puntos (6; 0) y (0; 5).

**12** Una recta pasa por los puntos (a, b) y (c, d). Para que la recta sea vertical:

A) Es suficiente que $b = d$
B) Es suficiente que $a = c$
C) Es necesario que $a = b$ y $c = d$.

## Tarea

**1** **Dibuja** el polígono de vértices (1; 2), (7; 2), (5; 5), (3; 6), (1; 4) y (1; 2).

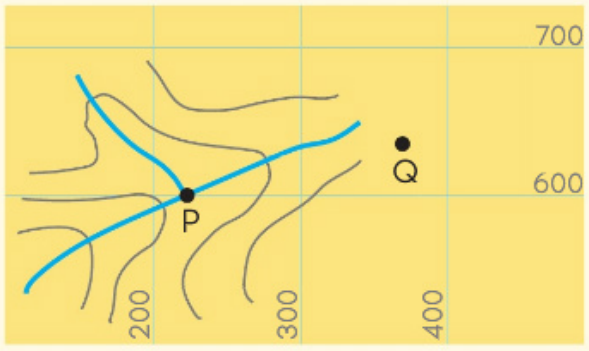
**2** En el plano cartesiano, **traza** el pentágono cuyos vértices son A(1; 1), B(3; 6), C(7; 9), D(11; 16) y E(8; 2).

**3** **Calcula** el área del cuadrado cuyos vértices opuestos son (2; 1 y (5; 4).

**4** **Calcula** el área de la región triangular cuyos vértices son (1; 2), (4; 2) y (7; 5).

# Transformaciones rígidas
# Traslación

Plano cartesiano




Gerardo mandó levantar un plano topográfico de su comunidad. Una vez hecho el plano, Gerardo lo revisó y se percató de que la intersección de los ríos debe estar en el punto Q y no en el punto P.

VIDEO DE TEORÍA

**Responde:**

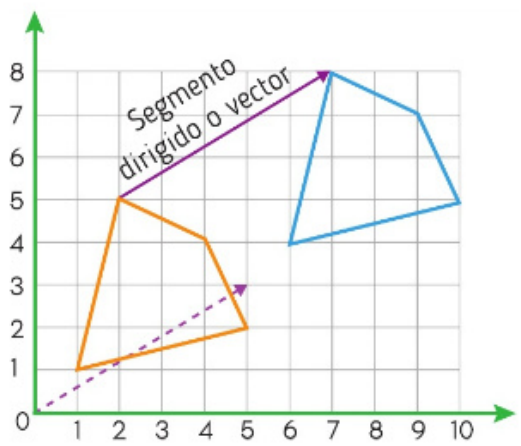
¿Cómo quedará el plano luego de la corrección?

**Una transformación rígida** es el cambio de posición o tamaño de una figura conservando su forma original.

Se conocen varios tipos de transformaciones como: traslación, reflexión, rotación, homotecia, etc.

## Traslación

Dada una figura y un segmento dirigido o **vector**, con longitud, dirección y sentido conocidos, la traslación consiste en trasladar todos los puntos de la figura en la dirección, sentido y distancia señalados por el vector.

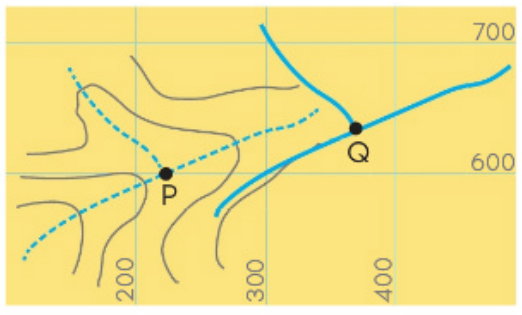



## Vector de traslación

En la figura, el vector de traslación va del punto (2; 5) al punto (7; 8). Cuando este vector se traslada al origen de coordenadas su extremo cae en el punto (5; 3).

Entonces el vector de traslación es (5; 3), que equivale a trasladar 5 unidades a la derecha y 3 hacia arriba.

**Resolviendo:** (Problema introductorio)

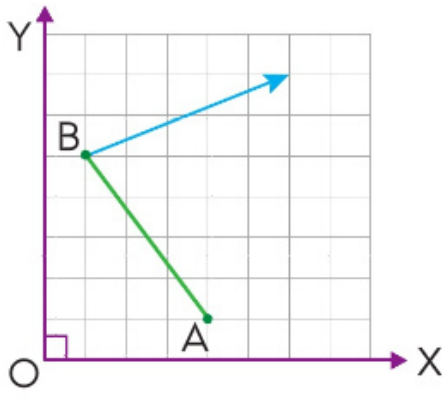



La corrección consiste en trasladar todos los puntos de los ríos según el vector $\overrightarrow{PQ}$.

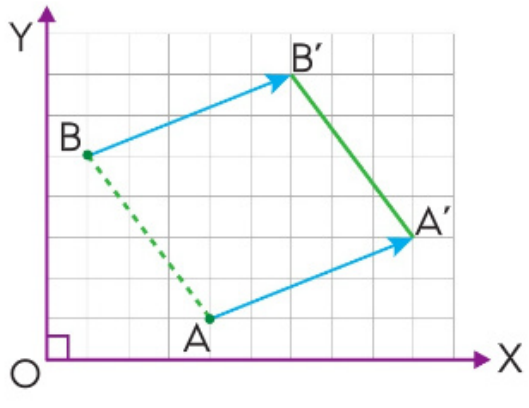
Son los mismos ríos pero ubicados en otra posición.

### *Ejemplo 1*

Efectúa la traslación de la figura mostrada.



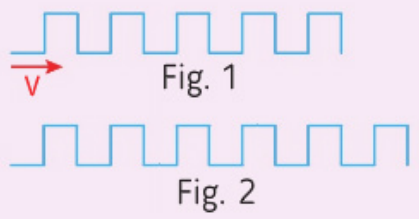

**Resolviendo:**



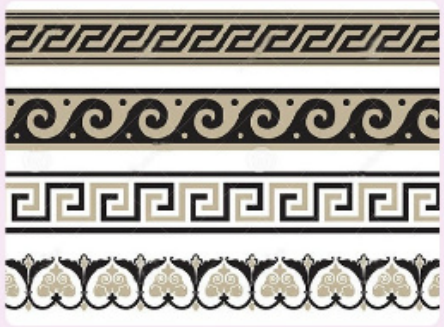

**Ten en cuenta**

### Simetría de traslación

Al trasladar la figura 1 según el vector v se observa que coincide con ella misma, entonces se dice que la figura tiene simetría de traslación.




Las siguientes figuras tienen simetría de traslación.



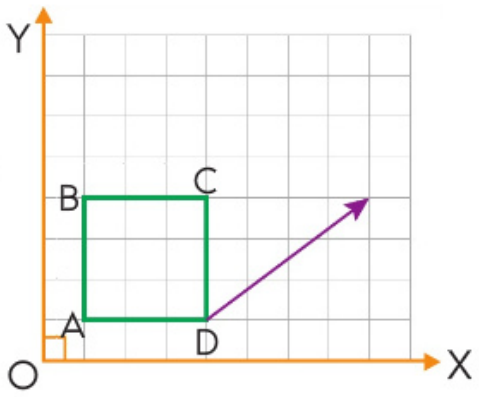
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)



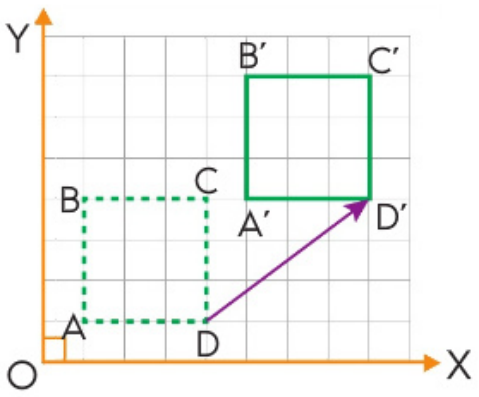
GENIO MATIC

### *Ejemplo 2*

**Efectúa** la traslación de la figura mostrada.

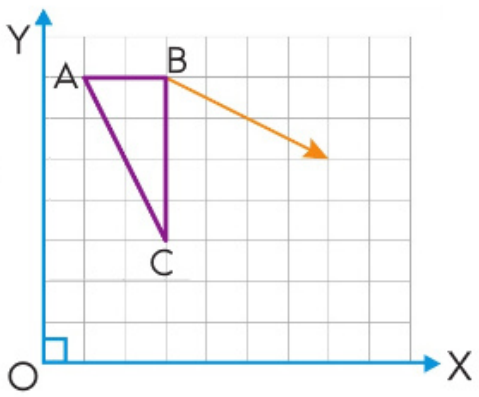



**Resolviendo:**

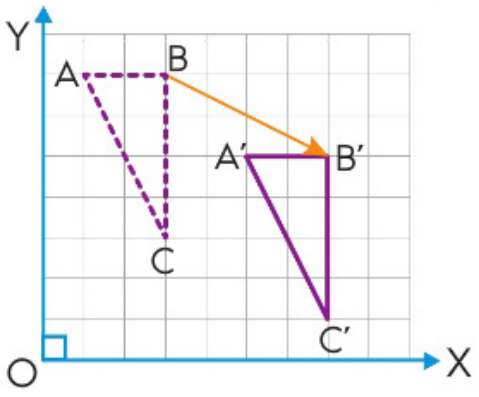



### *Ejemplo 3*

**Efectúa** la traslación de la figura mostrada.



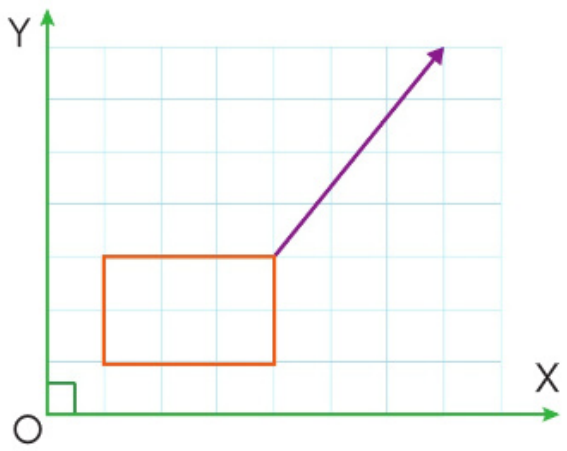

**Resolviendo:**



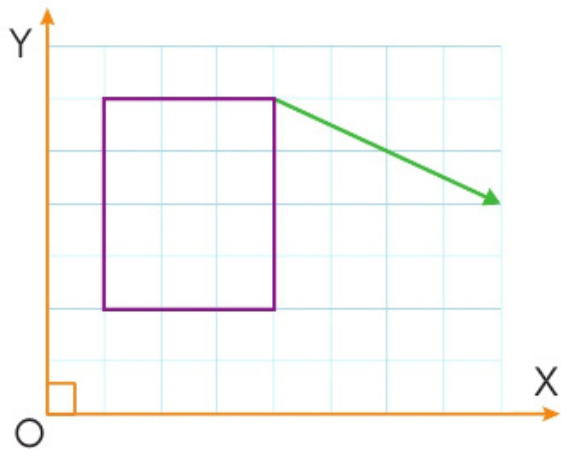

## Nivel básico

**Efectúa** la traslación de las figuras mostradas.

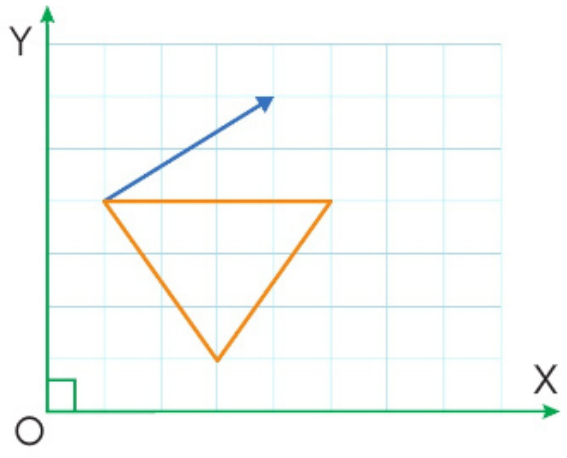
**1**



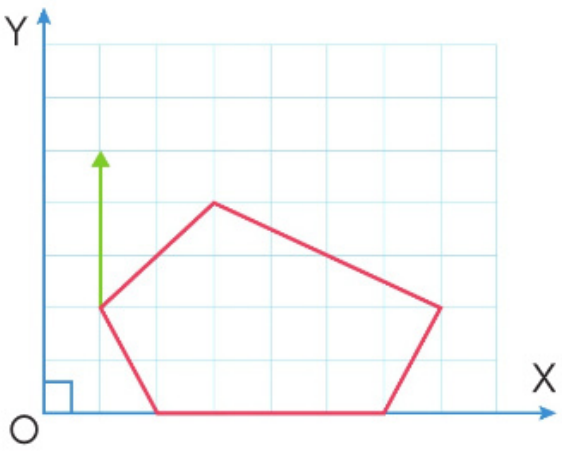

**2**



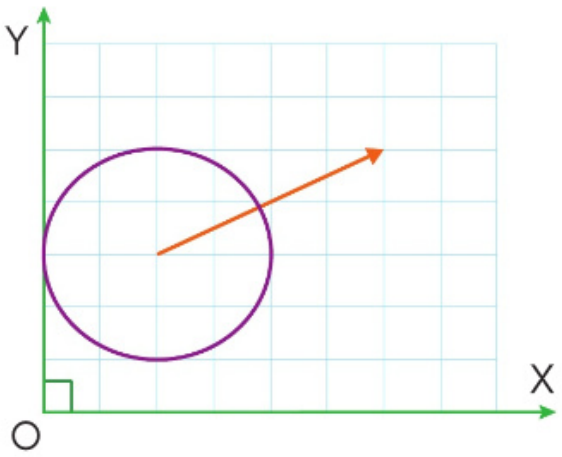

**3**




**4**

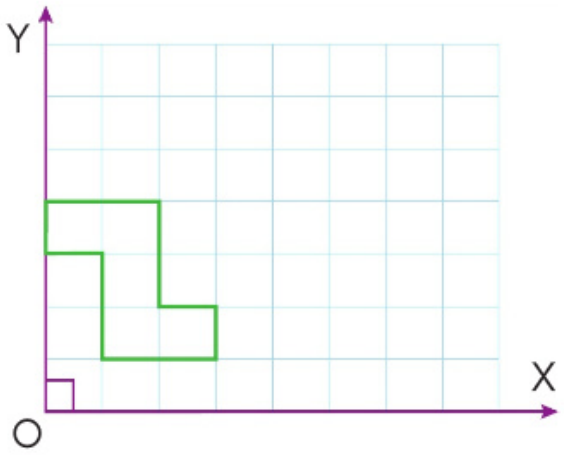



**5**

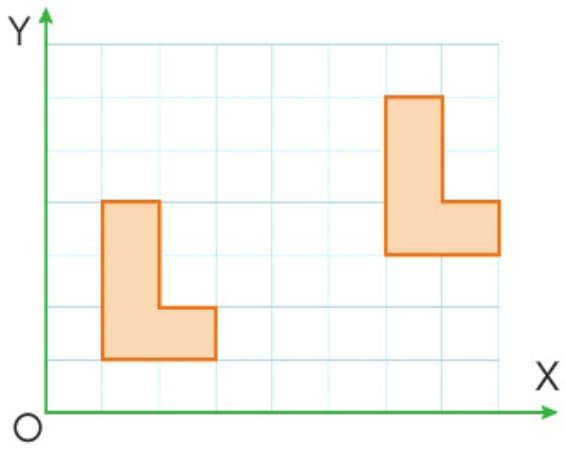



## Nivel intermedio

**6** **Traslada** la figura según el vector (5; 2)

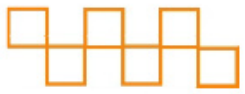


**7** ¿Cuál es el vector de traslación de la figura?




**8** ¿Cuál de estas figuras tiene simetría de traslación?

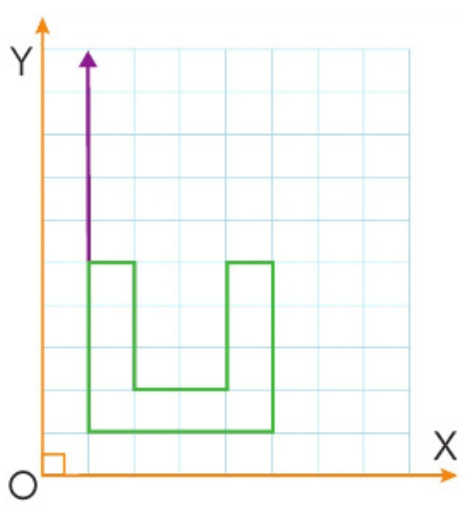
I.

II. 

III.

**9** **Dibuja** dos figuras con simetría de traslación.

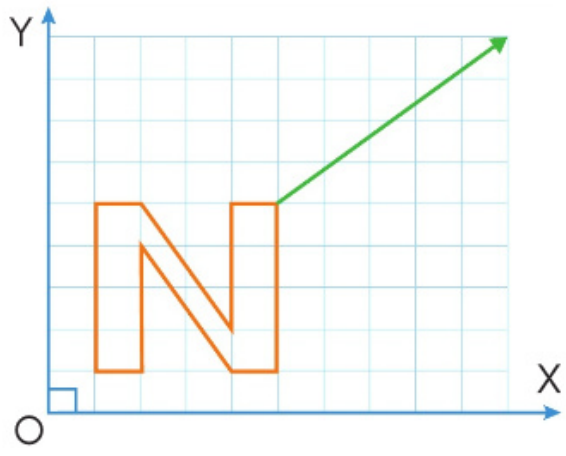
**10** **Efectúa** la traslación de la figura mostrada.



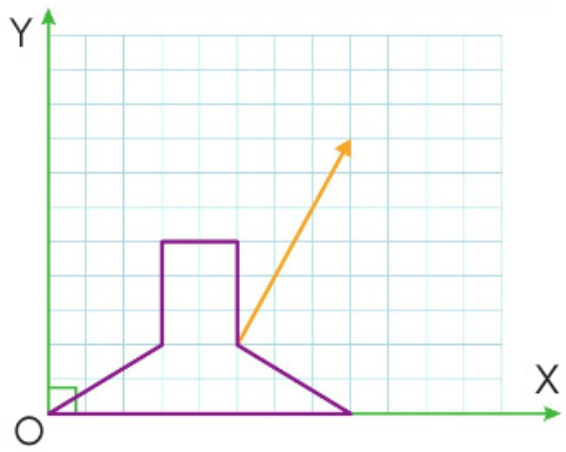

## Nivel avanzado

**Efectúa** la traslación de las figuras mostradas.

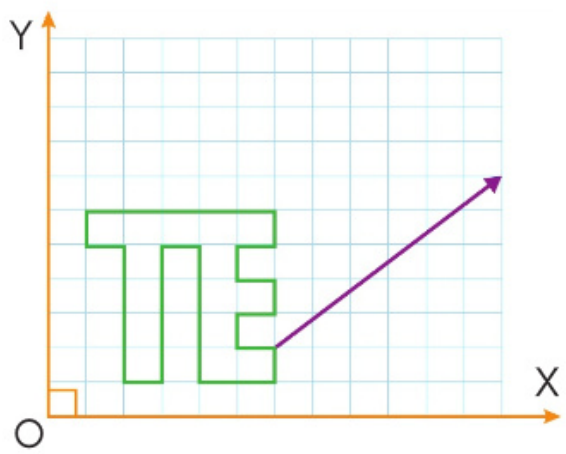
**11**



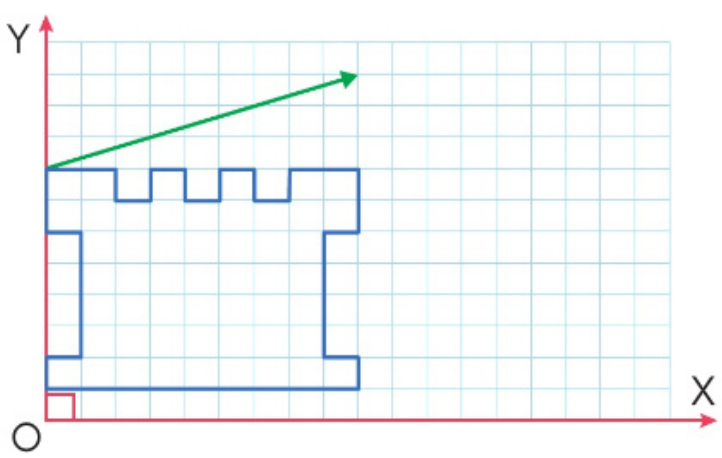

**12**




**13**



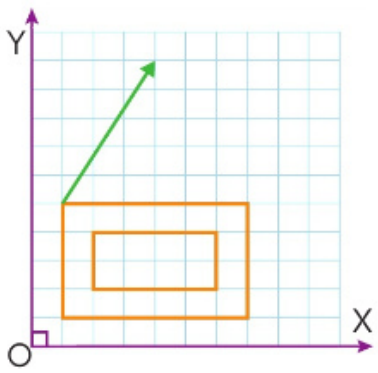

**14**



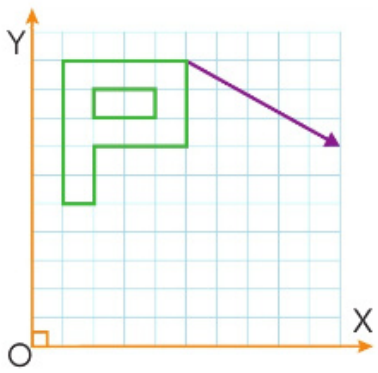

## Tarea

**Efectúa** la traslación de la figuras mostradas.

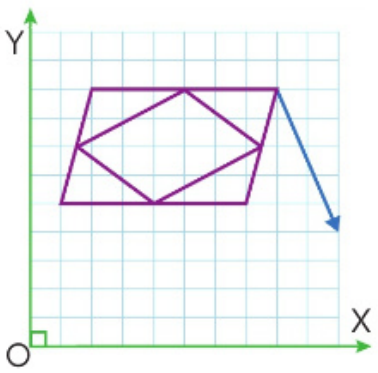
**1**



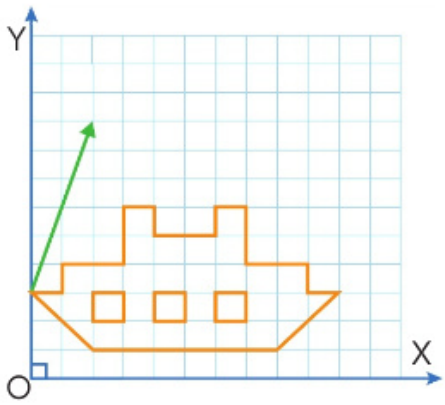

**2**




**3**




**4**








GENIOMATIC

# Transformaciones rígidas
# Reflexión

Plano cartesiano

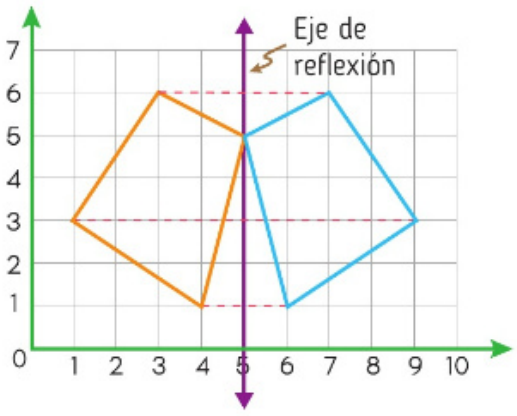
Juan y José son gemelos, uno diestro y el otro zurdo. A ambos les gusta la simetría. Ambos compraron dos lotes adyacentes. A Juan le diseñaron la casa de la fotografía. José le ha pedido al arquitecto de Juan que le diseñe la suya pero simétrica a la de Juan.

VIDEO DE TEORÍA

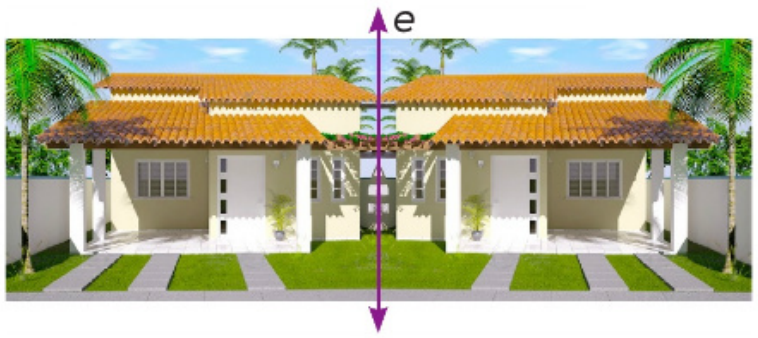
**Responde:**

Una vez construidas, ¿cómo quedarán las dos casas?

Dada una figura y una recta contenidas en el mismo plano, la reflexión consiste en reflejar cada punto de la figura en otro punto ubicado a igual distancia respecto a la recta, denominada **eje de reflexión.**




**Resolviendo:** (Problema introductorio)

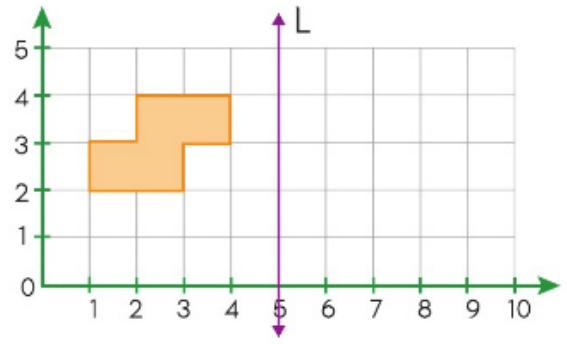



La imagen de la casa de José queda reflejada respecto al eje e.

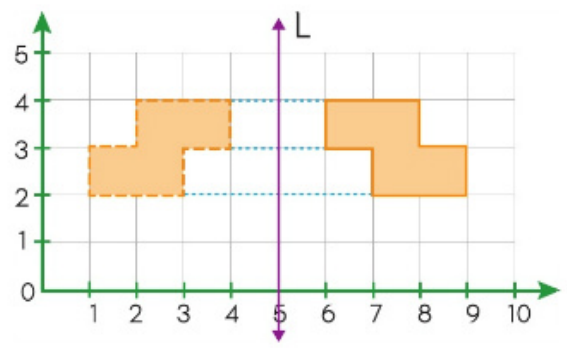
Las casas quedan tal como se muestra a la izquierda.

### *Ejemplo 1*

**Refleja** la figura respecto a la recta L.

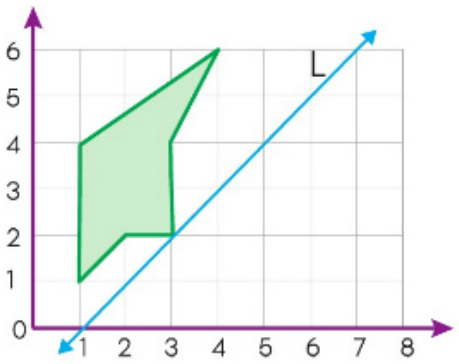



**Resolviendo:**

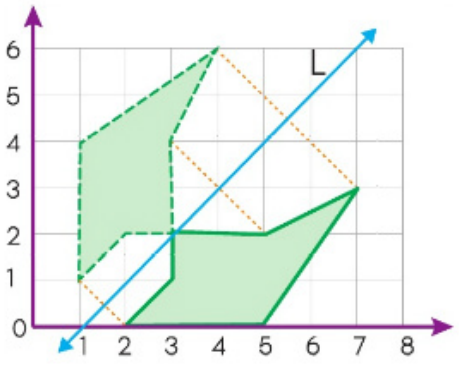



### *Ejemplo 2*

**Refleja** la figura respecto a la recta L.



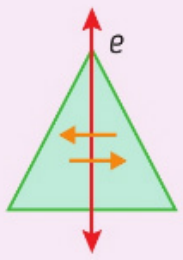

**Resolviendo:**




## Ten en cuenta

### Simetría axial, bilateral o de reflexión

Se dice que una figura tiene simetría de reflexión respecto a un eje, si al reflejar respecto a él, coincide con ella misma.



Resuelve problemas de forma, movimiento y localización (Geometría)

### *Ejemplo 3*

¿Cuál de la siguientes figuras tiene simetría bilateral?

I II III

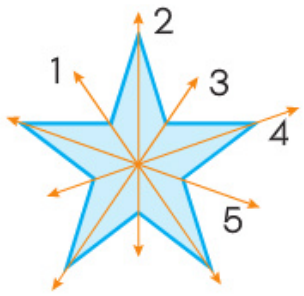
**Resolviendo:**

Solo I.

### *Ejemplo 4*

¿Cuántos ejes de simetría axial tiene la figura?

**Resolviendo:**



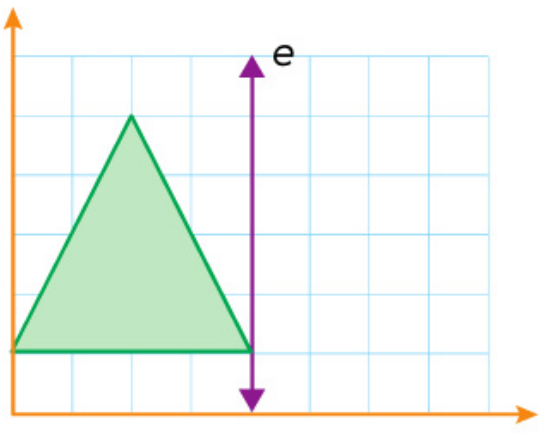

Tiene 5 ejes de simetría axial: las rectas dibujadas en la figura.

## Nivel básico

**1** **Refleja** el triángulo de vértices (2; 1), (3; 5) y (0; 3) respecto a la recta vertical que pasa por (4; 0).

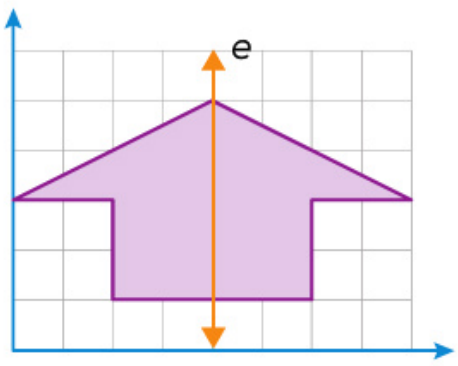
**2** **Refleja** el cuadrilátero de vértices (1; 3), (2; 4), (5; 3) y (2; 6) respecto a la recta horizontal que pasa por (0; 3).

**3** **Refleja** esta figura respecto al eje e.




**4** **Dibuja** dos figuras con simetría axial.

**5** **Refleja** esta figura respecto al eje e. ¿Cuál es tu conclusión respecto al tipo de simetría?




## Nivel intermedio

**6** **Dibuja** un triángulo equilátero y traza todos los ejes de simetría axial.





GENIOMATIC

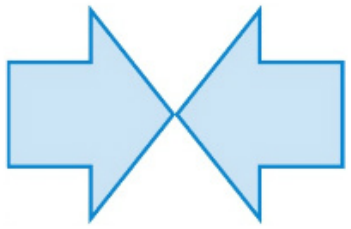
**7** **Dibuja** un cuadrado y traza todos los ejes de simetría axial.

**8** ¿Cuál es el simétrico del punto (1; 5) respecto a la recta que pasa por los puntos (1; 2) y (4; 5)?

**9** **Refleja** el segmento de extremos (0; 2) y (2; 5) respecto a la recta que pasa por el origen de coordenadas y el punto (4; 4). **Determina** las coordenadas de los extremos del segmento reflejado.

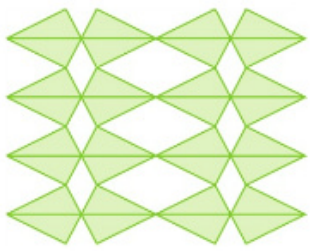
## Nivel avanzado

**10** Esta figura se ha obtenido a partir de una figura asimétrica realizando varias reflexiones. **Dibuja** la figura original.



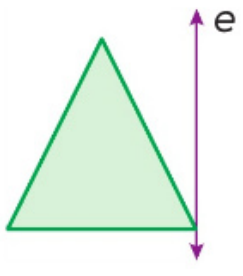
**11** A partir de esta figura, y realizando varias reflexiones, **dibuja** una figura simétrica.

**12** Esta figura se ha obtenido reflejando un triángulo varias veces. ¿Cuántas reflexiones se hicieron?



## Tarea

**1** **Refleja** la figura respecto al eje e.




**2** **Refleja** este rectángulo respecto a cada uno de sus lados.

**3** **Dibuja** dos figuras que tengan más de un eje de simetría axial.

**4** A partir de esta figura, y reflejándola reiteradas veces, **obtén** una figura simétrica.

# Reforzando - Unidad 8

## Olimpiadas nacionales e internacionales

**1** Si se unen los puntos (2;1) y (7; 5) se obtiene:

A) Una recta.
B) Un segmento horizontal.
C) Un segmento vertical.
D) Un segmento oblicuo.

**2** ¿Cuál de los segmentos es horizontal?

A) Segmento AB: A = (2; 3) y B = (3; 4)
B) Segmento CD: C = (5; 2) y D = (5; 4)
C) Segmento EF: E = (4; 3) y F = (7; 3)
D) Segmento GH: G = (5; 1) y H = (7; 2)

**3** ¿Cuál de los segmentos es vertical?

A) Segmento AB: A = (5; 4) y B = (4; 5)
B) Segmento CD: C = (6; 2) y D = (6; 6)
C) Segmento EF: E = (5; 4) y F = (7; 4)
D) Segmento GH: G = (6; 3) y H = (7; 4)

**4** ¿Cuál de los puntos no pertenece a la recta que pasa por los puntos (1; 1) y (7; 4)?

A) (5; 3) B) (7; 4) C) (11; 6) D) (8; 3)

**5** Tres de los cuatro vértices del rectángulo ABCD son: (1; 5), (10;5) y (10; 1). ¿Cuáles son las coordenadas del cuarto vértice?

A) (2; 2) B) (1; 1) C) (1; 2) D) (2; 1)

**6** Al trasladar el punto (3; 2) según el vector (2; 5) resulta ubicado en el punto:

A) (5; 5) B) (5; 7) C) (1; 3) D) (5; 6)

**7** Se traslada el triángulo de vértices (1; 1), (2; 6) y (6; 2) según el vector (6; 1). ¿Cuál de las siguientes coordenadas no corresponde a un vértice del triángulo trasladado?

A) (7; 2) B) (8; 7) C) (12; 3) D) (11; 2)

**8** Al reflejar el punto (2; 4) respecto a la recta vertical que pasa por el punto (4; 2), las coordenadas del punto reflejado resultan:

A) (4; 4) B) (6; 4) C) (6; 3) D) (4; 6)

**9** Al refleja el punto (5; 6), respecto a la recta horizontal que pasa por el punto (4; 4), las coordenadas del punto reflejado resultan:

A) (5; 2) B) (4; 2) C) (5; 4) D) (5; 1)

**10** Se refleja el triángulo de vértices (1; 1), (3; 6) y (5; 3) respecto a la recta que pasa por los puntos (6; 1) y (6; 6). ¿Cuál de las siguientes coordenadas no corresponde a un vértice del triángulo reflejado?

A) (7; 3) B) (9; 6) C) (9; 5) D) (11; 1)

**11** Una transformación geométrica llamada ampliación consiste en duplicar las coordenadas de cualquier punto de una figura: $(a, b) \rightarrow (2a; 2b)$.

Dados los puntos: (3; 1), (2; 3) y (4; 5); ¿Cuál de los siguientes no es una transformación de los puntos dados?

A) (6; 2) B) (8; 10) C) (4; 9) D) (4; 6)

**12** Una recta pasa por los puntos (3; $a$) y (7; $b$). La recta es horizontal siempre que:

A) $a = b$ B) $a < b$ C) $a > b$ D) $a \neq b$

**13** ¿En qué punto se intersecan las diagonales del rectángulo tres de cuyos vértices son: (2; 1), (2; 5) y (10; 5)

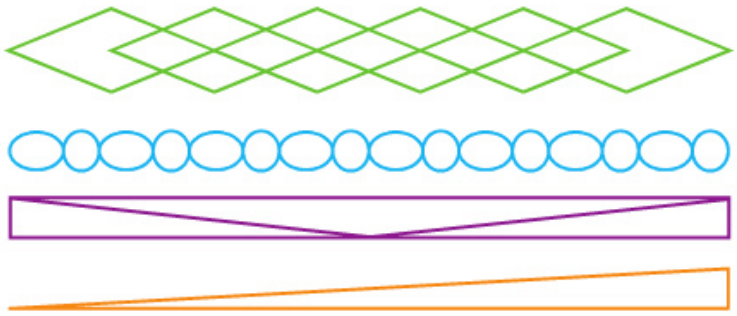
A) (5; 3) B) (6; 3) C) (6; 2) D) (6; 4)

**14** Dada la ampliación, calcula «x + w».

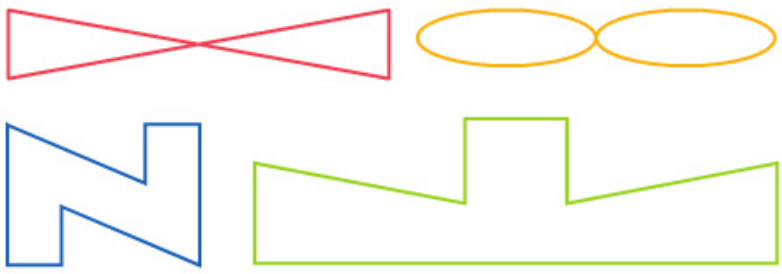
A) 15
B) 12
C) 18
D) 14

| $(a; b)$ | $(3a; 3b)$ |
|---|---|
| A(1; 2) | $A_1(x; y)$ |
| B(3; 4) | $B_1(z; w)$ |

**15** Identifica y colorea las figuras con simetría de traslación.



**16** Identifica y colorea las figuras con simetría axial.

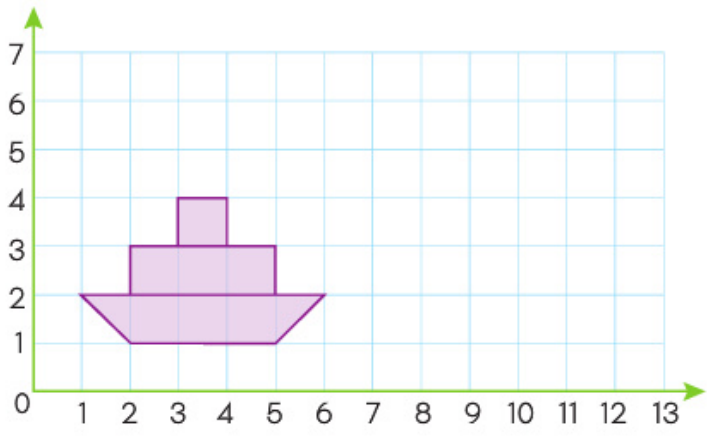


**17** Dibuja dos figuras con simetría de traslación.

**18** Dibuja dos figuras con simetría axial.

**19** Traza el eje de simetría axial en las siguientes figuras:

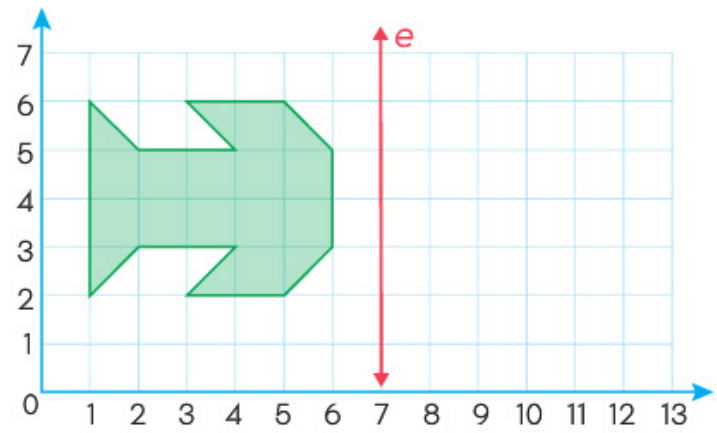
**20** Traslada la figura según el vector (7; 3)




**21** Completa la tabla y grafica el triángulo ABC.

| $(a; b)$ | $(a + 6; b + 4)$ |
|---|---|
| A(2; 1) | $A_1$(  ;  ) |
| B(6; 1) | $B_1$(  ;  ) |
| C(6; 5) | $C_1$(  ;  ) |

**22** Refleja la figura respecto al eje e.

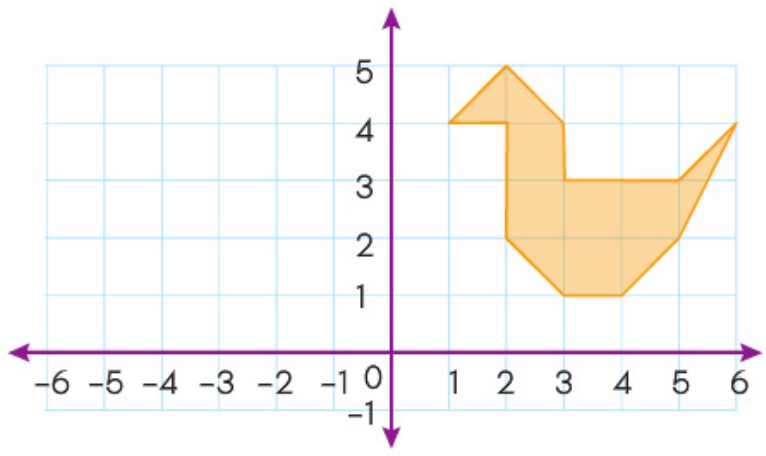



**23** Una trasformación geométrica consiste en triplicar las coordenadas de los puntos de una figura: $(a, b) \rightarrow (3a; 3b)$.

Dibuja la figura que resulta de aplicar esta transformación al paralelogramo mostrado.

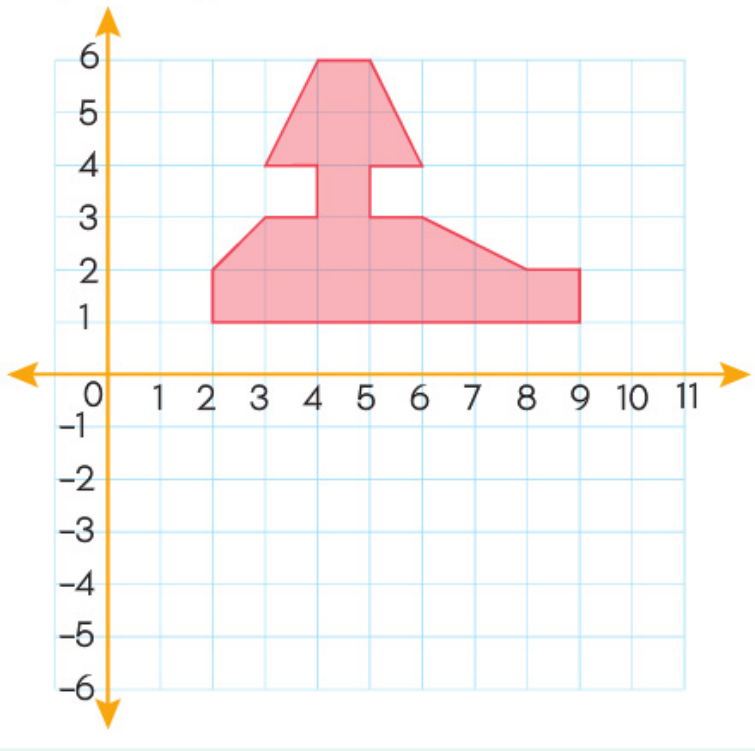
**24** A la figura mostrada se le aplica la transformación: $(a, b) \rightarrow (-a; b)$.

Dibuja la figura resultante.




**25** A la figura mostrada se la aplica la transformación: $(a, b) \rightarrow (a; -b)$.

Dibuja la figura resultante.

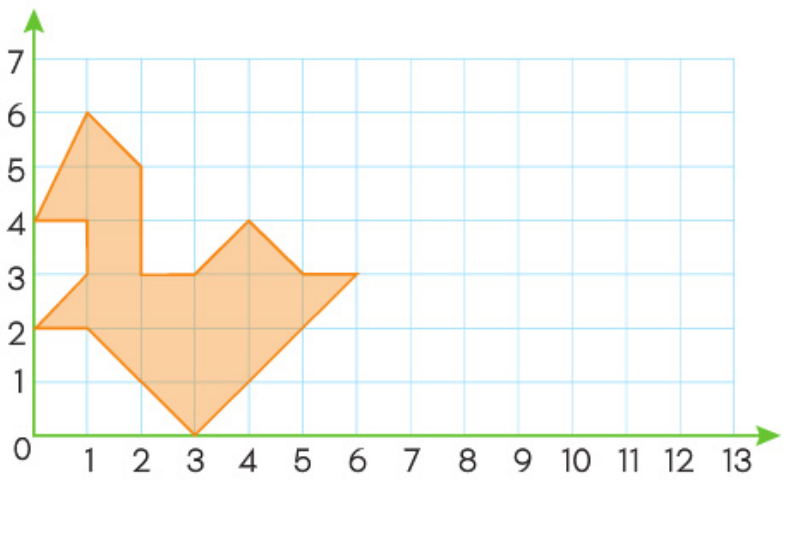


# Autoevaluación

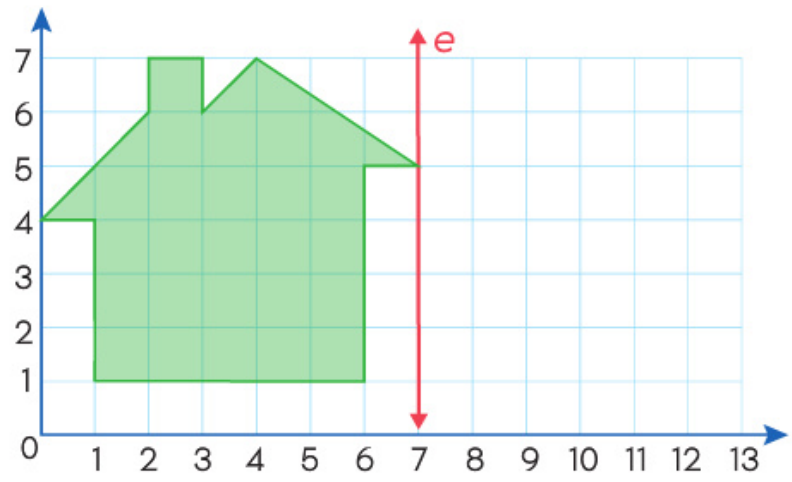
**1** Dibuja dos figuras con simetría de traslación.

**2** Dibuja dos figuras con simetría axial.

**3** Traslada la figura según el vector (7; 1).

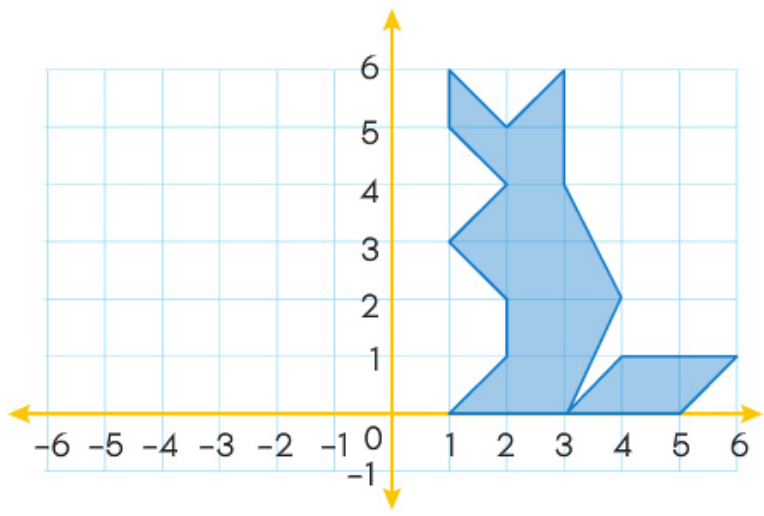



**4** Refleja la figura respecto al eje e.



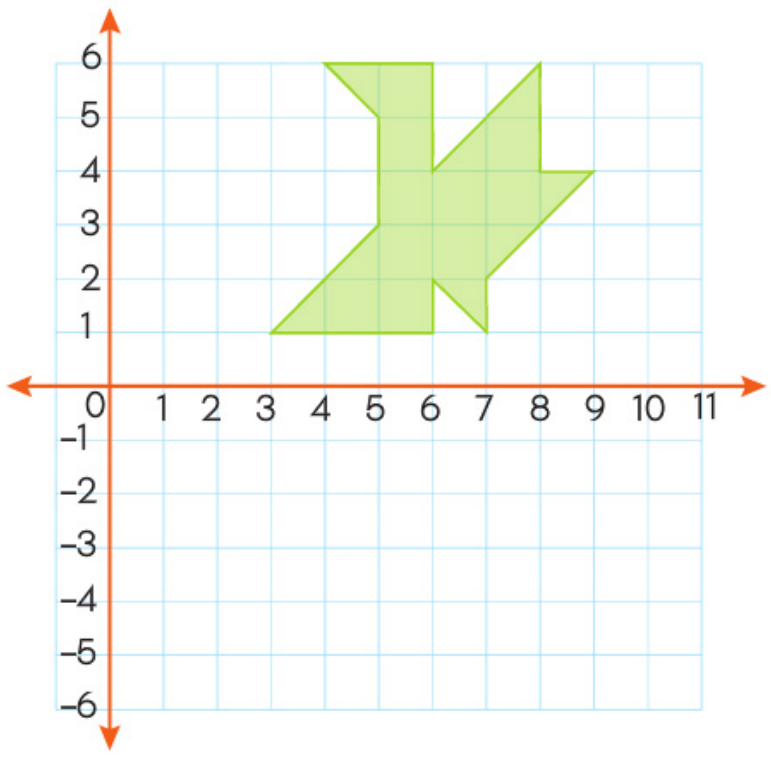

**5** A la figura mostrada se le aplica la transformación: $(a, b) \rightarrow (-a; b)$

Dibuja la figura resultante.




**6** A la figura mostrada se le aplica la transformación: $(a, b) \rightarrow (a; -b)$

Dibuja la figura resultante.



Descarga una aplicación para escanear códigos QR en la tienda de tu Smartphone para ver las lecciones de este libro en video.

GENIO MATIC
INFORMES Y PEDIDOS
Jr. Flosferri 616 - Lima 36
(01) 767 0437
912 841 287
geniomaticeirl@gmail.com

Edición Digital
2021